Megoldás. Legyen a két szám x és $x+1$, ekkor $(x+1)^3 - x^3 = n^2$, azaz $3x^2 + 3x + \left(1 - n^2\right) = 0$. A másodfokú egyenletet megoldva és figyelembe véve, hogy $x > 0$ kapjuk, hogy

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{12n^2 - 3}}{6}.$$

Az x csak úgy lehet egész, ha a négyzetgyök jel alatt négyzetszám áll:

$$k^2 = 12n^2 - 3 = 3\left(4n^2 - 1\right) = 3(2n+1)(2n-1).$$

Itt $2n+1$ és $2n-1$ egymáshoz relatív prímek, hiszen páratlanok, és minden közös osztójuk osztja a különbségüket, ami 2. Ezért a szorzat csak úgy lehet négyzetszám, ha $2n+1$ és $2n-1$ egyike négyzetszám, a másik pedig egy négyzetszám 3-szorosa. Mivel x és $x+1$ paritása különböző, köbeik különbsége – azaz n^2 – páratlan, vagyis n páratlan: $n = 2t+1$, ezért $2n+1 = 4t+3$, $2n-1 = 4t+1$. Négyzetszám 4-gyel osztva nem adhat maradékul 3-at, így csak $2n-1$ lehet (szükségképpen páratlan) négyzetszám:

$$2n - 1 = (2v+1)^2 = 4v^2 + 4v + 1,$$

ahonnan

$$n = 2v^2 + 2v + 1 = v^2 + (v+1)^2.$$