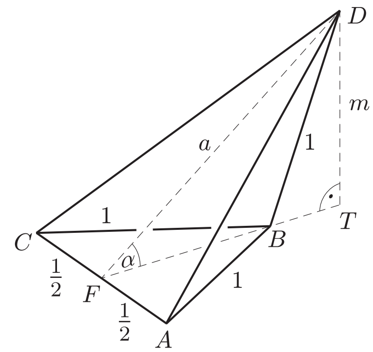
**Megoldás.** Használjuk az *ábra* jelöléseit. Tudjuk, hogy az $ABC$ szabályos háromszögben $FB = \frac{\sqrt{3}}{2}$, az $AD$ és a $CD$ eredetileg a szabályos ötszög átlója volt, így a hosszuk $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.




*1. ábra*

Az $AFD$ derékszögű háromszögből:

$$a^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

$$a^2 = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5+2\sqrt{5}}{4},$$

$$a = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}}.$$

Az $FBD$ háromszögből:

$$1^2 = \frac{5+2\sqrt{5}}{4} + \frac{3}{4} - 2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\alpha,$$

$$\frac{2+\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\alpha,$$

$$2+\sqrt{5} = \sqrt{15+6\sqrt{5}} \cdot \cos\alpha,$$

$$\cos\alpha = \frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{15+6\sqrt{5}}}.$$

Így $\quad \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{15}} = \frac{m}{\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}}},$

$$m = \sqrt{\left(\frac{10-2\sqrt{5}}{15}\right)\left(\frac{5+2\sqrt{5}}{4}\right)} = \sqrt{\frac{50+20\sqrt{5}-10\sqrt{5}-20}{60}} =$$

$$= \sqrt{\frac{30+10\sqrt{5}}{60}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{6}} = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{12}} = \sqrt{\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}{3\cdot 4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{6},$$

$$V = \frac{T_{ABC}\cdot m}{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{6}}{3} = \frac{1+\sqrt{5}}{24}.$$

A gúla térfogata: $\frac{1+\sqrt{5}}{24}$.