

**Megoldás.** A konferencia résztvevőinek sorszámozását szabadon megválaszthatjuk, ezért az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy a lábak számának nagyságrendje  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ , ahol az  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n \in \mathbb{N}^+$ ) számok pozitív páros számok.

Nyilvánvaló, hogy ha a soklábú lények bizonyos számú cipővel valamilyen sorrend mellett fel tudnak jutni a hegy tetejére, akkor fordított sorrendben ugyanennyi cipővel le is tudnak onnan jönni, tehát elegendő csak azt vizsgálnunk, hogy minimálisan hány lábbeli szükséges a résztvevők feljutásához.

$n = 1$  esetén a feladat feltétele alapján az egyetlen résztvevőnek minimálisan  $\frac{a_1}{2}$  cipőre van szüksége a hegy megmászásához.

$n \geq 2$  ( $n \in \mathbb{N}^+$ ) esetén meg fogjuk mutatni, hogy a résztvevőknek

$$\max \left\{ \frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_n}{2} \right\}$$

cipő szükséges a konferencián való részvételhez.

Első menetben küldjük fel az 1. és a 2. résztvevőt a hegy tetejére  $\frac{a_1}{2}$ , illetve  $\frac{a_2}{2}$  cipővel a lábukon, majd a 2. résztvevő az összes hegytetőre feljutott cipőt a lábára felhúzva hozza le. Ez az  $\frac{a_1 + a_2}{2} \leq \frac{2a_2}{2} = a_2$  becslés alapján meg is tehető. Így a hegy lábánál lesz az összes cipő.

Menjen fel azután a hegytetőre az  $n$ -edik soklábú  $\frac{a_n}{2}$  cipővel. Mivel

$$\frac{a_n}{2} \leq \max \left\{ \frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_n}{2} \right\},$$

ez megtehető. Ezután a hegytetőn tartózkodó 1. soklábú le-föl járkálva juttassa le az összes cipőt a hegy lábához, mégpedig úgy, hogy lefelé  $a_1$ , míg felfelé haladva  $\frac{a_1}{2}$  cipőt húzzon a lábaira. Ha az utolsó lejövetelkor nem jut  $a_1$  cipő a lábaira, akkor jöjjön le annyival, amennyi még maradt. Ez biztosan több, mint  $\frac{a_1}{2}$ , hiszen felfelé haladva már viselt ennyit a lábain.

Ezután az előbb vázolt eljárás az  $(n - 1)$ -edik soklábú feljuttatásával folytatódik. Felmegy együtt az 1. és a 2. résztvevő  $\frac{a_1}{2}$ , illetve  $\frac{a_2}{2}$  cipővel, majd a 2. résztvevő  $\frac{a_1 + a_2}{2}$  cipővel a lábain lejön a hegyről. Így az összes cipő lejut a hegy lábához és ezután az  $(n - 1)$ -edik soklábú fog felmenni a hegytetőre  $\frac{a_{n-1}}{2}$  cipővel. Ez megtehető, mivel

$$\frac{a_{n-1}}{2} \leq \frac{a_n}{2} \leq \max \left\{ \frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_n}{2} \right\}.$$

Ezután az 1. résztvevő a korábban említett eljárással, le-fel ingázva juttatja le az összes cipőt a hegy lábához.

Az algoritmust tovább folytatva az  $(n - 2)$ -edik,  $(n - 3)$ -adik, végül a 2. és az 1. soklábú jut fel véglegesen a hegy tetejére. Mint már korábban említettük, a lejutás éppen fordított sorrend szerint történik. Ezzel beláttuk, hogy a megadott cipőszámmal biztosítható a résztvevők feljutása. Ezután azt fogjuk megmutatni, hogy kevesebb lábbelivel nem biztosítható a soklábúak részvétele a konferencián.

Mivel az  $n$ -edik résztvevőnek minimálisan  $\frac{a_n}{2}$  cipő szükséges a hegy tetejére való feljutáshoz, ezért a lábbelik száma legalább

$$(1) \quad \frac{a_n}{2}.$$

Másrészt legalább két résztvevő esetén, ha az első két hegytetőre feljutó személy az  $i$ -edik és a  $j$ -edik résztvevő ( $1 \leq i < j \leq n$ ,  $i, j \in \mathbb{N}^+$ ), akkor a feljutásukhoz legalább  $\frac{a_i}{2} + \frac{a_j}{2}$  cipő szükséges, hiszen vagy együtt mennek felfelé, vagy külön-külön, de ez utóbbi esetben a második indulónak nem tud lehozni cipőt senki a hegytetőről. Ha az első induló visszajönne a hegytetőről, akkor legfeljebb fenn hagyhatna cipőt, de ez nem csökkentené a felhozott cipők számát ahhoz az állapothoz képest, amikor már legalább ketten tartózkodnak a konferencia helyszínén. Mivel

$$\frac{a_i}{2} + \frac{a_j}{2} \geq \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2},$$

azért az (1)-es feltételt is figyelembe véve beláttuk, hogy a szükséges lábbelik minimuma nem lehet  $\max \left\{ \frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_n}{2} \right\}$ -nél kisebb.