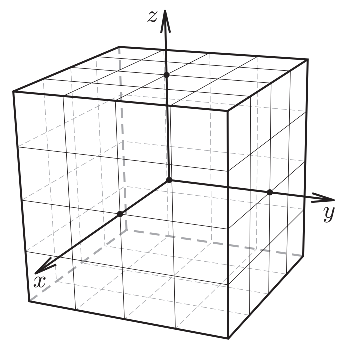
Megoldás.

Legyen egy centiméter egy egység. Tekintsük azt a $4 \times 4 \times 4$-es „belső” kockát, amelynek élei párhuzamosak a sajt éleivel, középpontja pedig egybeesik a sajt középpontjával. Ez a kocka meghatároz egy $1 \times 1 \times 1$-es térrácsot. Vegyünk fel egy olyan koordinátarendszert, amelynek tengelyei párhuzamosak a kockák éleivel, középpontja egybeesik a kockák középpontjával. A belső kocka 125 rácspontot tartalmaz, a kukac csak ezekre léphet. Közülük azok a pontok, amelyek nem a belső kocka élein helyezkednek el, a sajt mindegyik élétől legalább egy egység távolságra lesznek.



Az élen levő pontok távolsága a sajtkocka legközelebbi élétől $\sqrt{2 \cdot 0{,}5^2} \approx 0{,}707 < 0{,}8$ (a többié legalább $\sqrt{1{,}5^2 + 0{,}5^2} \approx 1{,}581 > 0{,}8$). Tehát a kukacnak ki kell jutnia a belső kocka valamelyik élére. Ehhez az x, y, z irányok közül valamelyik kettő irányában a kitérésének kettőnek kell lenni a középponthoz képest. Több nem lehet, hiszen akkor kijutna a kockából. Minden lépés során valamelyik kitérésén változtat egyet. A kukac ötször lép. Mivel minden lépés után irányt vált, egymás után kétszer nem tudja az ugyanolyan irányú kitérését növelni.

A kukac az első két lépést bárhogy is csinálja, mindig elindul egy irányba, majd rá merőlegesen egy másikba. Idáig minden eset jó. Legyen az első irány x, a második pedig y. Most ezután 4 irányba fordulhat (hisz mögötte nincs érintetlen sajtréteg): x, $-x$, z, vagy $-z$. Ha $-x$ irányba fordul, akkor már nem juthat ki egy élhez sem. (Hisz $(0,1,0)$ a kitérése, tehát két lépés alatt 3-at kéne minimum változnia.)

Ha x irányba indul el, aminek esélye $\frac{1}{4}$, akkor kiér a belső kocka felszínére, még mindig négy irányba mehet, y, $-y$, z, $-z$. Ha $-y$ irányba megy, akkor a kitérése $(2,0,0)$ lesz, amiből egy lépés során nem juthat ki az élekre.

Ha y irányba indul tovább $\frac{1}{4}$ valószínűséggel, akkor kiér egy élre, innen már x irányba nem tud haladni, csak $-x$, z, és $-z$ irányba. Ha z-t vagy $-z$-t választja, akkor az élen marad, $(2,2,1)$ vagy $(2,2,-1)$, ennek az esélye $\frac{2}{3}$. Így itt $(\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3})$ valószínűséggel jut ki az élekre.

Ha z (ugyanaz mintha $-z$) irányba indul, aminek $\frac{1}{4}$ a valószínűsége (összesen $\frac{1}{2}$), akkor kitérése $(2,1,1)$, azaz x irányba ismét nem haladhat. Tehát maradt y, $-y$, $-x$. Mivel a z kitérésén már nem változtathat, azért csak akkor jut ki az élre, ha y irányba megy, ennek esélye $\frac{1}{3}$. A z és $-z$ irányokban együtt tehát $(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3})$ a kijutás valószínűsége.

Ha $(1,1,0)$ után nem x irányba megy, hanem z vagy $-z$ irányba, ($\frac{1}{2}$ eséllyel) akkor kitérése $(1,1,1)$ lesz, még mindig négy irányba mehet, ám ha $-y$ vagy $-x$ irányba megy, akkor semelyik kitérése nem lesz 2 az utolsó lépés előtt, tehát nem juthat ki az élre. Tehát itt $\frac{1}{2}$ eséllyel megy jó irányba. Akármelyik irányba is ment, kijutott egy lapra. $(2,1,1)$ esetén négy irányba (y, $-y$, z, $-z$) mehet, ebből y és z esetén jut ki az élre, tehát ennek esélye ismét $\frac{1}{2}$. Ha y irányba ment, akkor most x vagy z irányt választva jut ki az élre, azaz az esély szintén $\frac{1}{2}$.

Itt tehát $(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2})$ az élekre kijutás valószínűsége.

Az első két lépés irányától függetlenül mindig ezek lesznek a valószínűségek. Ezeket összeszámolva a keresett valószínűség:

$$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{5}{24}.$$