A háromszög szögeit a szokásos módon α, β, γ-val jelölve, a kerületi szögek tétele szerint $AMB\sphericalangle = ACB\sphericalangle = \gamma$, így az AMB és CDE egyenlő szárú háromszögekben

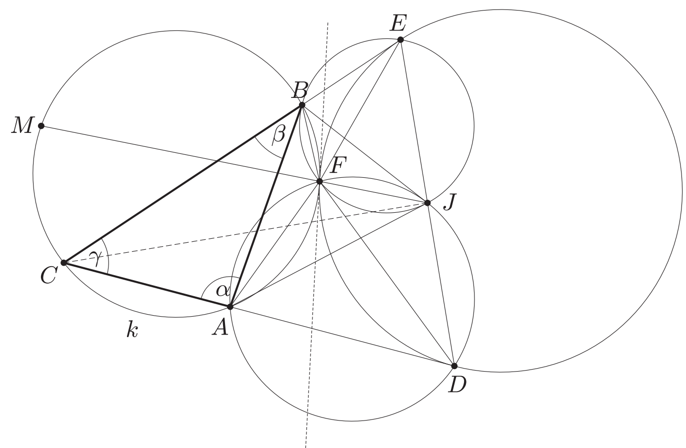
$$MAB\sphericalangle = MBA\sphericalangle = CDE\sphericalangle = CED\sphericalangle = \frac{\pi-\gamma}{2}.$$

Ugyancsak a kerületi szögek tétele szerint $MFA\sphericalangle = MBA\sphericalangle = MAB\sphericalangle = MFB\sphericalangle$, vagyis

$$AFJ\sphericalangle = \pi - AFM\sphericalangle = \pi - ADJ\sphericalangle = \pi - BEJ\sphericalangle = \pi - BFM\sphericalangle = BFJ\sphericalangle.$$

Ezek alapján az $ADJF$ és $BEJF$ négyszög is húrnégyszög. Minthogy J az A-ból és B-ből induló külső szögfelezők metszéspontja,

$$JAD\sphericalangle = JAB\sphericalangle = \frac{\pi-\alpha}{2}, \quad JBE\sphericalangle = JBA\sphericalangle = \frac{\pi-\beta}{2}.$$



Mivel α, β, γ egy háromszög szögei,

$$\frac{\pi-\alpha}{2} + \frac{\pi-\beta}{2} + \frac{\pi-\gamma}{2} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2} = \pi.$$

Emiatt az ADJ, AJB és JEB háromszögek hasonlók, és

$$DJA\sphericalangle = \frac{\pi-\beta}{2}, \quad AJB\sphericalangle = \frac{\pi-\gamma}{2}, \quad EJB\sphericalangle = \frac{\pi-\alpha}{2}.$$

Felhasználva, hogy az $ADJF$ és $BEJF$ húrnégyszögek, $FAD\sphericalangle = \pi - FJD\sphericalangle = FJE\sphericalangle$, továbbá

$$AFD\sphericalangle = AJD\sphericalangle = \frac{\pi-\beta}{2} = JBE\sphericalangle = JFE\sphericalangle.$$

Ez azt jelenti, hogy az ADF és JEF háromszögek is hasonlók, vagyis

$$ADF\sphericalangle = JEF\sphericalangle = DEF\sphericalangle.$$

Az ADF szög tehát megegyezik a DEF körben a DF húrhoz tartozó kerületi szöggel, tehát az AD egyenes érinti a DEF kört. Ezzel beláttuk, hogy a DEF kör érinti az AC egyenest, és ugyanígy a BC egyenest is.

Húzzunk most képzeletben érintőt az ABC és a DEF körhöz is az F pontban. Előbbi a BF húrral BAF, utóbbi az EF húrral EDF szöget zár be. Annak belátásához, hogy a két kör F-ben érinti egymást, elegendő megmutatni, hogy a két érintőegyenes egybeesik, vagyis, hogy $BFE\sphericalangle = BAF\sphericalangle + EDF\sphericalangle$. Ismét kihasználhatjuk, hogy $ADJF$ és $BEJF$ húrnégyszög, továbbá azt is, hogy az ADJ és JEB háromszögek hasonlók. Ezek alapján

$$BAF\sphericalangle + EDF\sphericalangle = BAF\sphericalangle + JAF\sphericalangle = BAJ\sphericalangle = JAD\sphericalangle = BJE\sphericalangle = BFE\sphericalangle,$$

ahogy azt bizonyítani kívántuk.