Megoldás. Azt fogjuk belátni, hogy a feladatban szereplő szám felbontható két, 1-nél nagyobb pozitív egész szám szorzatára. A hatvány hatványozására vonatkozó azonosság alapján $65^{64}=\left(65^{32}\right)^2$. Először teljes négyzetté kiegészítve a feladatban szereplő számot kapjuk, hogy

$$65^{64}+64=\left(65^{32}+8\right)^2-16\cdot 65^{32}.$$

Mivel a kivonandó is négyzetszám, most használhatjuk az $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ azonosságot.

$$65^{64}+64=\left(65^{32}+8\right)^2-\left(4\cdot 65^{16}\right)^2=\left(65^{32}+4\cdot 65^{16}+8\right)\left(65^{32}-4\cdot 65^{16}+8\right).$$

Akkor kapunk biztosan összetett számot, ha a kisebb tényező is nagyobb, mint 1.

$$65^{32}-4\cdot 65^{16}+8=65^{16}\left(65^{16}-4\right)+8>65^{16}+8,$$

hiszen $65^{16}-4>1$.

Megjegyzés. A fenti feladat egy oszthatósági feladatokban előforduló azonosság alkalmazásának is tekinthető:

$$\begin{aligned} a^4+4b^4&=\left(a^2+2b^2\right)^2-4a^2b^2=\left(a^2+2b^2\right)^2-(2ab)^2=\\ &=\left(a^2+2ab+2b^2\right)\left(a^2-2ab+2b^2\right). \end{aligned}$$

Ezt az azonos átalakítást több feladatgyűjtemény nevezi *Sophie Germain*-féle azonosságnak.