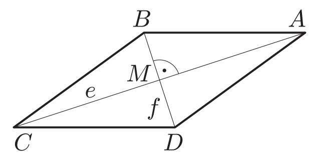
Megoldás. Jelölje a rombusz átlóinak hosszát e és f. Az átlók merőlegesen felezik egymást, ezért az *ábrán* látható AMB háromszög derékszögű, vagyis alkalmazhatjuk Pitagorasz tételét, mely szerint

$$\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = 2^2, \quad \text{azaz} \quad e^2 + f^2 = 16.$$



Nyilván $0 < ef$, ezért

$$16 = e^2 + f^2 < (e+f)^2 \le (e+f)^2 + (e-f)^2 = 2\big(e^2 + f^2\big) = 32,$$

tehát

$$4 < e + f \le \sqrt{32} < 6.$$

Ezért, ha $e + f$ egész, akkor csak $e + f = 5$ jöhet szóba.

Ilyen rombusz pontosan akkor létezik, ha az $e + f = 5$, $e^2 + f^2 = 16$ egyenletrendszernek van megoldása a pozitív számok körében. Ha e és f megoldása az egyenletrendszernek, akkor

$$ef = \frac{(e+f)^2 - \big(e^2 + f^2\big)}{2} = \frac{5^2 - 16}{2} = 4{,}5.$$

Tehát a gyökök és együtthatók közti összefüggések alapján e és f az

$$x^2 - 5x + 4{,}5 = 0$$

másodfokú egyenlet gyökei. Ennek megoldásai:

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{7}}{2} \approx 3{,}82, \qquad x_2 = \frac{5 - \sqrt{7}}{2} \approx 1{,}18.$$

Ezek pozitív számok, ezért létezik a feltételeknek megfelelő rombusz, s az átlói hosszának összege 5.