

Megoldás. Az i -edik lépés során a papíron lévő, illetve odakerülő számok legnagyobbikát jelölje M_i . Ezt nyilván nem radírozzuk ki, és azt is láthatjuk, hogy minden i -re $M_{i+1} = (i+1)M_i$. Elegendő megmutatni, hogy az i -edik lépés előtt létezik legalább 1005 olyan szám a papíron, amely nagyobb, mint $\frac{M_{i-1}}{i}$. Ezek i -szerese ugyanis az addig papíron levők mindegyikénél nagyobb, így csak egyszer szerepel – azaz nem törlődik – az i -edik lépés során. Ezzel az (esedékes radírozást is magában foglaló) i -edik lépés után legalább $1005 + 1005 = 2010 > 2009$ szám marad a papíron.

Az állítást az i -re vonatkozó indukcióval látjuk be. Az $i = 2$ eset világos: a második lépés előtt a legnagyobb szám $M_1 = 2009$, és az $M_1/2$ -nél nagyobb számok: 1005, 1006, ..., 2009; éppen 1005 darab. Tegyük fel ezután, hogy állításunk igaz valamilyen i -re (ahol $i \geq 2$), vagyis az i -edik lépés előtt létezik legalább 1005 olyan szám a papíron, amely nagyobb, mint $\frac{M_{i-1}}{i}$. Ekkor ezen számok i -szerese nagyobb, mint

$$\frac{M_{i-1}}{i} \cdot i = M_{i-1} > M_{i-1} \cdot \frac{i}{i+1} = \frac{M_i}{i+1};$$

tehát az így kapott legalább 1005 szám egyikét sem kell az i -edik lépésben törölni, és ezzel igazoltuk állításunk helyességét $(i+1)$ -re.