

Megoldás. A sorozat tagjai: $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 3, \dots, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$. A feladat állítását a teljes indukció módszerével bizonyítjuk, vagyis, hogy a tulajdonság öröklődik. Tudjuk, hogy $a_4 = 3$ osztható 3-mal. Azt kell belátnunk, hogy ha $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} = 3k$, akkor a_{n+4} ugyancsak többszöröse 3-nak.

Írjuk fel a_{n+4} -et és fejtsük „vissza”:

$$\begin{aligned} a_{n+4} &= a_{n+3} + a_{n+2} = a_{n+2} + a_{n+1} + a_{n+2} = 2a_{n+2} + a_{n+1} = \\ &= 2(a_{n+1} + a_n) + a_{n+1} = 2(a_{n+1} + a_n) + a_n + a_{n-1} = \\ &= 2(2a_n + a_{n-1}) + 2a_{n-1} + a_{n-2} = 4a_n + 4a_{n-1} + a_{n-2} = \\ &= 8a_{n-1} + 5a_{n-2} = 5(a_{n-1} + a_{n-2}) + 3a_{n-1} = 5 \cdot 3k + 3a_{n-1}. \end{aligned}$$

Ezzel a bizonyítást befejeztük.