Megoldás. A 10 doboz kiválasztásakor a dobozokban 0, 1, 2, …, vagy 10 utalványt találunk. Nevezzük ezeket elemi eseményeknek, és jelöljük őket $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{10}$-zel. Ekkor $A_i \cap A_j \neq \emptyset$ $(0 \leq i \neq j \leq 10)$ a lehetetlen és $A_0 \cup A_1 \cup \ldots \cup A_{10} = 1$ a biztos esemény.

Legyen n az a szám, ahány dobozonként az utalványokat el kell helyeznünk, hogy teljesüljön a feladat követelménye. Ekkor annak valószínűsége, hogy az összes doboz között találunk egy olyat, amelyikben van ajándékutalvány $p = \dfrac{1}{n}$, és hogy nem találunk $q = 1 - \dfrac{1}{n} = \dfrac{n-1}{n}$.

Az elemi események valószínűségére ismert képlet szerint:

$$p(A_i) = \binom{10}{i} p^i q^{10-i}, \qquad i = 0, 1, \ldots, 10.$$

A feladat szövege szerint 10 doboz kiválasztása esetén ez a valószínűség legalább 50% kell, hogy legyen, azaz

$$p(A_1) + p(A_2) + \ldots + p(A_{10}) = \sum_{i=1}^{10} \binom{10}{i} p^i q^{10-i} \geq \frac{1}{2}\,,$$

amiből

$$1 = \binom{10}{0} p^0 q^{10} + \sum_{i=1}^{10} \binom{10}{i} p^i q^{10-i} \geq \binom{10}{0} p^0 q^{10} + \frac{1}{2}\,.$$

Innen $q^{10} \leq \dfrac{1}{2}$. Írjuk be a $q = \dfrac{n-1}{n}$ összefüggést, azt kapjuk, hogy $\left(\dfrac{n-1}{n}\right)^{10} \leq \dfrac{1}{2}$. Fejezzük ki n-t:

$$1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} \leq \sqrt[10]{\frac{1}{2}}, \quad \text{és} \quad n \leq \frac{\sqrt[10]{2}}{\sqrt[10]{2} - 1} \approx 14{,}93.$$

Tehát körülbelül minden 15. dobozba kell nyereményutalványt tenni.