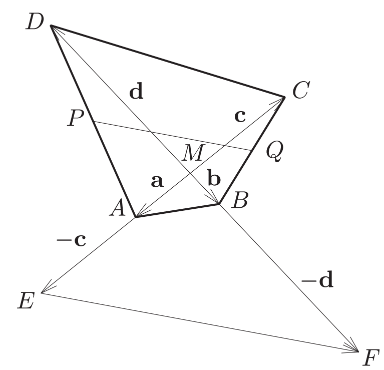
I. megoldás. Vezessük be a következő vektorokat: M-ből az A, B, C, illetve D-be mutató vektorok legyenek $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, illetve $\mathbf{d}$. Jelölje az AD oldal felezőpontját P, a BC oldal felezőpontját Q. Ekkor

$$\overrightarrow{MP} = \frac{\mathbf{a}+\mathbf{d}}{2} \quad \text{és} \quad \overrightarrow{MQ} = \frac{\mathbf{b}+\mathbf{c}}{2}.$$

Így

$$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MQ} = \frac{\mathbf{a}+\mathbf{d}-\mathbf{b}-\mathbf{c}}{2}. \tag{1}$$



Az $\overrightarrow{FE}$ felírható az $\overrightarrow{ME}$ és $\overrightarrow{MF}$ vektorok különbségeként, azaz

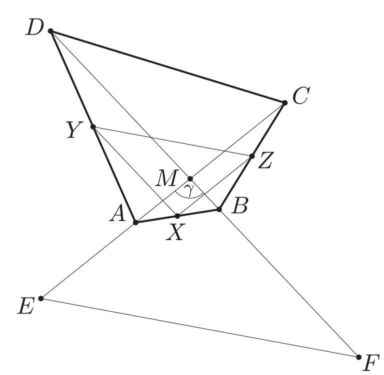
$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MF} = \mathbf{a} - \mathbf{c} - (\mathbf{b} - \mathbf{d}) = \mathbf{a} + \mathbf{d} - \mathbf{b} - \mathbf{c}.$$

($|\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AE}|$, az E, A, C pontok egy egyenesen vannak, és $\overrightarrow{AE} = -\mathbf{c}$, hosszuk egyenlő, irányuk ellentétes. Hasonló igaz a $\overrightarrow{BF}$-re is.)

A kapott egyenlőséget (1)-gyel összevetve kapjuk, hogy $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{PQ}$, és így $PQ \parallel EF$, és ezt akartuk bizonyítani.

II. megoldás. Az AB oldal felezőpontját jelöljük X-szel. Az AD oldal felezőpontja legyen Y, és a BC oldalé Z.

Az ABD háromszögben $XY \parallel BD$ és $XY = \frac{1}{2}BD$. Hasonlóan az ABC háromszögben $XZ \parallel AC$ és $XZ = \frac{1}{2}AC$. Az $EMF\sphericalangle$-et jelöljük γ-val, legyen $YXZ\sphericalangle = \gamma'$. Mivel $XY \parallel BD$ és $XZ \parallel AC$, így γ és γ' párhuzamos szárú szögek, egy parallelogramma szemköztes szögei, s ezért egyenlők.



Ebből következik, hogy az EMF háromszög hasonló a ZXY háromszöghöz, két megfelelő oldaluk párhuzamos, és hosszuk aránya $2:1$. Ezért a harmadik oldaluk is párhuzamos, és ezt akartuk bizonyítani.