

Megoldás. Az első egyenlet 3-szorosát hozzáadva a második egyenlethez a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$9x^2 + 6xy + y^2 = 25.$$

Az egyenlet bal oldala teljes négyzet:

$$(3x + y)^2 = 25.$$

Két eset lehetséges.

I. eset: $3x + y = 5$, innen $y = 5 - 3x$. Ezt az első egyenletbe beírva:

$$3x^2 - x(5 - 3x) = 1, \quad 6x^2 - 5x - 1 = 0,$$

amiből $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1}{6}$; $y_1 = 2$, $y_2 = 5,5$.

II. eset: $3x + y = -5$, innen $y = -5 - 3x$. Ezt az első egyenletbe beírva:

$$3x^2 - x(-5 - 3x) = 1, \quad 6x^2 + 5x - 1 = 0,$$

ahonnan $x_3 = -1$, $x_4 = \frac{1}{6}$; $y_3 = -2$, $y_4 = -5,5$.

Az egyenletrendszer megoldásai: $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_3 = -1$, $y_3 = -2$; illetve $x_2 = -\frac{1}{6}$, $y_2 = 5,5$; $x_4 = \frac{1}{6}$, $y_4 = -5,5$. Ezek valóban megoldásai az egyenletrendszernek, mivel csak ekvivalens átalakításokat végeztünk.