Megoldás. *a*) Legyen a lencse és a tárgy távolsága t, a szemünk és a lencse távolsága $d-t$, ahol $d=30$ cm, a lencse fókusztávolsága f, a tárgy lencse által alkotott képének az előjeles, t-vel ellenkező irányú távolsága a lencsétől k, a tárgy nagysága T, a kép előjeles nagysága pedig K.

A leképezési törvény értelmében:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f},\qquad k=\frac{tf}{t-f},\qquad \frac{K}{T}=\frac{k}{t}.$$

Lencse nélkül a tárgyat d távolságban T nagyságban látjuk, de a látásunk szempontjából nem ez a méret a lényeges, hanem az, hogy mekkora φ szög alatt látjuk a tárgyat. A látószöget a $\operatorname{tg}\varphi=T/d$ hányadossal jellemezhetjük, ezzel arányos méretű kép keletkezik a retinánkon, tehát ez határozza meg a szemünk által érzékelt képméretet.

A lencse által alkotott kép és a szemünk távolsága $d-t-k$ lesz, a kép nagysága pedig $-K$ (ha a T-vel egyező állású képet szeretnénk pozitív képmérettel jellemezni). A szögnagyítás mértéke az eredeti látószög és a lencse által alkotott kép látószögének aránya:

$$N=\frac{\frac{-K}{d-t-k}}{\frac{T}{d}}=\frac{-kd}{t(d-t-k)}=\frac{-\frac{tf}{t-f}d}{t\big(d-t-\frac{tf}{t-f}\big)}=$$
$$=\frac{fd}{(d-t)(f-t)+ft}=\frac{fd}{fd-td+t^2}.$$

Látható, hogy $t=0$ és $t=d$ esetén is $N=1$, ahogy a feladat szövege is állította. $|N|$ akkor lesz a legnagyobb, ha a nevezőben szereplő $fd-td+t^2$ abszolút értéke a lehető legkisebb. Ha f pozitív és elég nagy, akkor ennek a másodfokú függvénynek $t=d/2=15$ cm-nél van minimuma. Amennyiben a d^2-4fd diszkrimináns pozitív, azaz $f\le d/4$, akkor $t^2-td+fd$-nek van zérushelye, ebben az esetben N végtelen nagy lehet (bár ilyenkor nem látunk semmit, mert a lencse által létrehozott kép éppen a szemünknél lesz), és ha $t^2-td+fd$ negatív, akkor fejjel lefelé látjuk a tárgyat.

Ha f negatív (tehát szórólencséről van szó), akkor a másodfokú függvénynek nem lesz gyöke $t=0$ és $t=d$ között, hiszen ezen két határhelyzetben az értéke fd, tehát negatív, és a függvény képe egy felfelé nyitott parabola. Ekkor $t=d/2$-nél a nevező abszolút értékének maximuma van, tehát a feladattal ellentétben a lencsén keresztül a tárgyat nem nagyobbnak, hanem kisebbnek látjuk.

b) $t=d/2$ mellett $N=2$ akkor teljesül, ha:

$$2=\frac{fd}{fd-td+t^2}=\frac{fd}{fd-\frac{d}{2}d+\frac{d^2}{4}}=\frac{f}{f-\frac{d}{4}},$$

ahonnan $f=d/2=15$ cm. Ez azt jelenti, hogy a tárgy éppen a lencse fókuszpontjában van, így a képe a „végtelenbe” kerül, de ez nem baj, mert a lineáris mérete (K) is végtelen naggyá válik, miközben a látószöge (és annak tangense) véges nagyságú marad.