

Megoldás. Mielőtt a csövet behelyeznénk a centrifugagépbe, a higanyszál mindkét oldalán a nyomás egyenlő, így a rá ható erők is egyenlők. A higanyszál két oldalán lévő nyomás megegyezik H magasságú higany hidrosztatikai nyomásával, tehát $p = \rho g H$, (ρ a higany sűrűsége). Így a higanyszálra ható erők: $F = A \rho g H$, ahol A a cső keresztmetszete. Mivel a hőmérséklet állandó, ezért a Boyle–Mariotte-törvény alapján pV is állandó!

A vékony csövet most behelyezzük a centrifugagépbe, és lassan növekvő fordulatszámmal megforgatjuk. Legyen a higanyszál elmozdulása x , amikor a szögsebesség ω (1. ábra)! Ekkor a higanyszálra mind jobb, mind bal oldalról hat erő. A gáztörvény alapján:

$$\rho g H \ell = p_1 (\ell - x),$$

ahonnan

$$p_1 = \frac{\rho g H \ell}{\ell - x},$$

és így az F_1 erő:

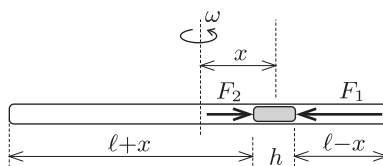
$$F_1 = p_1 A = \frac{\rho g H \ell}{\ell - x} A.$$

Hasonlóan számolható a másik oldalon ható nyomás és erő is:

$$F_2 = \frac{\rho g H \ell}{\ell + x},$$

ebből adódóan

$$F_2 = p_2 A = \frac{\rho g H \ell}{\ell + x} A.$$



1. ábra

A higanyszál forgómozgást végez, ennek a feltétele, hogy a higanyszálra ható erők eredője a centripetális erő. A centripetális erő számolhatjuk úgy, mintha a higany teljes tömege a szál középpontjában helyezkedne el. (Ezt csak azért tehetjük meg, mert a higanyszál egyes darabkájának forgómozgásához szükséges centripetális erő a tengelytől mért távolsággal arányosan változik, tehát helyettesíthető az átlagértékével.) A teljes centripetális erő:

$$F_{cp} = m x \omega^2 = h A \rho x \omega^2,$$

így a szál mozgásegyenlete:

$$F_{cp} = F_1 - F_2,$$

vagyis

$$h A \rho x \omega^2 = \frac{\rho g H \ell}{\ell - x} A - \frac{\rho g H \ell}{\ell + x} A.$$

Ez egyszerűbb alakra is hozható:

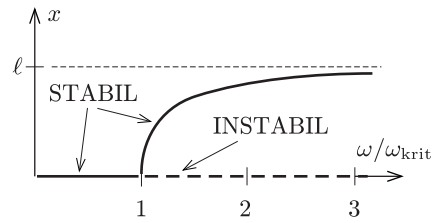
$$x \left(1 - \frac{2gH}{h\ell} \frac{1}{\omega^2} - \frac{x^2}{\ell^2} \right) = 0.$$

Ennek az egyenletnek az egyik lehetséges megoldása $x = 0$, a másik pedig

$$x = \ell \sqrt{1 - \frac{\omega_{krit}^2}{\omega^2}},$$

ahol $\omega_{krit} = \sqrt{\frac{2gH}{h\ell}}$ azt a legkisebb („kritikus”) szögsebességet jelöli, amelynél még a gyök alatt álló kifejezés nem negatív.

Ha $\omega < \omega_{krit}$, akkor a higanyszál csak a szimmetrikus ($x = 0$) helyzetben lehet, és ez az állapot kis zavarokkal szemben nyilván *stabil*. Ha viszont $\omega > \omega_{krit}$, akkor megjelenik egy másik, aszimmetrikus helyzetnek megfelelő megoldás is, amelyről belátható, hogy stabil forgási állapotot ír le, míg az $x = 0$ megoldás ebben a szögsebesség-tartományban instabillá válik (2. ábra).



2. ábra

Megjegyzés. Több versenyző is azzal a lehetőséggel számolt, hogy a higanyszál – elegendően gyors forgásnál – középen két részre szakad. Ez valóban bekövetkezhet, ha a forgás hatására a higanyszál belsejében a nyomás nullára csökken. Ilyenkor a szál szétszakad, a két része között vákuum (vagy ami ezzel gyakorlatilag egyenértékű: telített higanygőz) lesz, és a higanydarabka forgómozgásához szükséges erőt az egyik oldalon levő levegő nyomása biztosítja. A szétszakadás akkor következik be, ha $\omega > \sqrt{8gH/h}$, ez pedig $h > 4\ell$ esetén hamarabb áll elő, mint a fenti megoldásban számított kritikus szögsebesség.