

Megoldás. Legyen az első szakasz hossza s_1 , amit t_1 idő alatt tesz meg v_1 átlagsebességgel; s_2 pedig a második szakasz, amelyet t_2 idő alatt tesz meg v_2 átlagsebességgel. Fejezzük ki a megtett utakat!

$$s_1 = v_1 t_1, \quad s_2 = v_2 t_2, \quad \text{illetve} \quad s_1 + s_2 = (t_1 + t_2) \sqrt{v_1 v_2},$$

tehát

$$v_1 t_1 + v_2 t_2 = (t_1 + t_2) \sqrt{v_1 v_2}.$$

A sebességek nyilván pozitívak, így oszthatunk $\sqrt{v_1 v_2}$ -vel:

$$\frac{\sqrt{v_1}}{\sqrt{v_2}} t_1 + \frac{\sqrt{v_2}}{\sqrt{v_1}} t_2 = t_1 + t_2,$$

ahonnan kapjuk:

$$t_1 \frac{\sqrt{v_1} - \sqrt{v_2}}{\sqrt{v_2}} = t_2 \frac{\sqrt{v_1} - \sqrt{v_2}}{\sqrt{v_1}}.$$

Amennyiben $v_1 = v_2$, a fenti egyenlőség tetszőleges időtartamokra, tehát *tetszőleges útarányok* esetén teljesül. Ha viszont a két útszakaszon az átlagsebességek különbözőek, egyszerűsíthetünk $(\sqrt{v_1} - \sqrt{v_2})$ -vel, és az időtartamok arányára

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{v_2}}{\sqrt{v_1}},$$

az útszakaszok hosszának arányára pedig az

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} = \frac{\sqrt{v_1}}{\sqrt{v_2}}$$

eredményt kapjuk.