**Megoldás.** A csomag egyenletes mozgatásához szükséges $F$ erő megegyezik az egyes asztallapoknál ható súrlódási erők összegével. Az asztalokra ható nyomóerők a csomag $x$ elmozdulása után

$$N_1 = mg\frac{\ell - x}{\ell}, \qquad \text{illetve} \qquad N_2 = mg\frac{x}{\ell}.$$

Az ezeknek megfelelő súrlódási erők:

$$S_1 = \mu_1 N_1, \qquad \text{illetve} \qquad S_2 = \mu_2 N_2,$$

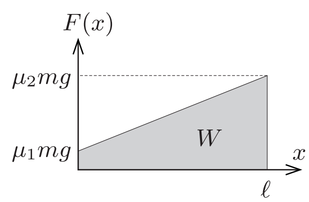
az eredőjük pedig

$$F(x) = S_1 + S_2 = mg\frac{\ell - x}{\ell}\mu_1 + mg\frac{x}{\ell}\mu_2.$$

Mivel az erő az útnak lineáris függvénye ($\ell$ úton egyenletesen változik $\mu_1 mg$ és $\mu_2 mg$-ig), a végzett munkát számolhatjuk az átlagerő segítségével:

$$W = \frac{F_{\min} + F_{\max}}{2}\,\ell = mg\ell\,\frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \approx 35{,}3\ \text{J}.$$

Ugyanezt az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy az $F(x)$ függvény görbe alatti területét, vagyis az *ábrán* látható trapéz területének nagyságát számoljuk ki.




*Megjegyzések.* 1. A megoldás során hallgatólagosan kihasználtuk, hogy a csomag *lapos*, vagyis a magassága sokkal kisebb $\ell$-nél. Ha ez a feltétel nem teljesülne, és a csomagot az asztallapok síkjánál magasabban ható erővel húznánk, akkor $F$-nek és a súrlódási erőknek eredő forgatónyomatéka alakulna ki. Emiatt megváltozna a nyomóerők aránya, és a megoldás végeredménye is más lenne.

2. Azt a feltételt is figyelembe vettük, hogy a csomag súlya egyenletesen oszlik el a súrlódó felületek mentén. Érdekes módon akkor is a fenti végeredményt kapjuk, ha a csomag nem egyenletesen, hanem csak a két szélén (pl. egy-egy lécen keresztül) nehezedik az asztalokra. A probléma tetszőleges súlyeloszlás mellett is tárgyalható és megoldható (lásd a **P. 4630.** számú, ebben a hónapban kitűzött feladatot).