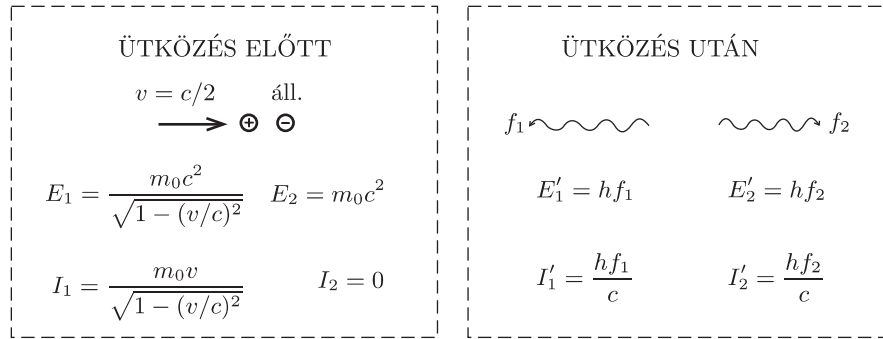


Az ütközés előtti és utáni helyzetet az alábbi *ábra* szemlélteti; m_0 az elektron (és a pozitron) nyugalmi tömegét, h a Planck-állandót, c a fénysebességet, f_1 és f_2 pedig a keletkező fotonok frekvenciáját jelöli.



Az energia- és az impulzusmegmaradás (relativisztikus) képletei szerint:

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \quad \text{és} \quad I_1 + I_2 = I'_1 + I'_2,$$

vagyis

$$m_0 c^2 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right) = hf_2 + hf_1, \quad \frac{m_0 c}{\sqrt{3}} + 0 = \frac{hf_2}{c} - \frac{hf_1}{c}.$$

Bevezetve az $f_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$ jelölést, a fenti összefüggések így is írhatók:

$$f_2 + f_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right) f_0, \quad f_2 - f_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} f_0.$$

Innen – az egyenleteket összeadva, illetve kivonva – adódik, hogy

$$f_2 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} f_0 \quad \text{és} \quad f_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} f_0 = \frac{f_2}{\sqrt{3}},$$

a keresett hullámhosszak tehát

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{2\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \frac{c}{f_0} = \frac{2\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \frac{h}{m_0 c} = 3,08 \cdot 10^{-12} \text{ m},$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{2}{1 + \sqrt{3}} \frac{h}{m_0 c} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{3}} = 1,77 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Megjegyzés. A fenti képletekben megjelenő $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$ kifejezést az elektron *Compton-hullámhosszá*nak nevezik. Nagysága $2,43 \cdot 10^{-12}$ m, tehát kb. 100-szor kisebb, mint egy hidrogénatom mérete, de 1000-szer nagyobb, mint a hidrogén atommagjának, a protonnak az átmérője.

A Compton-hullámhossz jelöli ki a nemrelativisztikus és a relativisztikus kvantumfizika érvényességi területének határát. Állónak tekinthető elektron és pozitron szétsugárzásakor keletkező fotonok hullámhossza éppen λ_C . Ha egy elektront λ_C -nél kisebb helyre akarnánk korlátozni (vagyis a helyét ennél pontosabban próbálnánk megmérni), akkor a Heisenberg-féle határozatlansági reláció miatt olyan nagy impulzussal (és emiatt olyan nagy energiával) kellene rendelkeznie, ami már elegendő lenne elektron–pozitron pár keltéséhez.