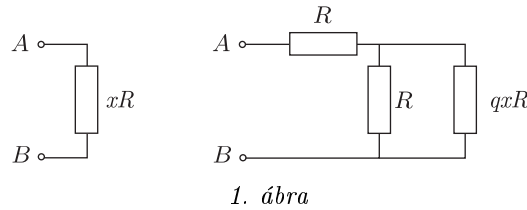


Megoldás. Az A és B pont közötti eredő ellenállás nyilván arányos R -rel, tehát érdemes $R_{\text{eredő}} = xR$ alakban felírni. Ha minden ellenállást q -szorosára cserélnénk, akkor az eredő ellenállás qxR lenne. Így az eredeti ellenálláslánc első két R nagyságú – ellenállását levéve a maradék helyettesíthető egyetlen, qxR nagyságú ellenállással (1. ábra).



1. ábra

Ezek szerint xR megegyezik a párhuzamosan kapcsolt R és qxR nagyságú ellenállások és a velük sorosan kapcsolt R nagyságú ellenállás eredőjével:

$$xR = R + \frac{R \cdot qxR}{R + qxR}, \quad \text{vagyis} \quad x = 1 + \frac{qx}{1 + qx},$$

ahonnan $qx^2 + (1 - 2q)x - 1 = 0$. Ennek a másodfokú egyenletnek a megoldásai:

$$x_{1,2} = \left(1 - \frac{1}{2q}\right) \pm \sqrt{1 + \frac{1}{4q^2}}.$$

Mivel értelemszerűen $q > 0$, a zárójelben álló kifejezés 1-nél kisebb, a gyökjel alatti pedig 1-nél nagyobb, így az egyenlet két gyöke közül csak a + előjel ad fizikailag reális eredő ellenállást:

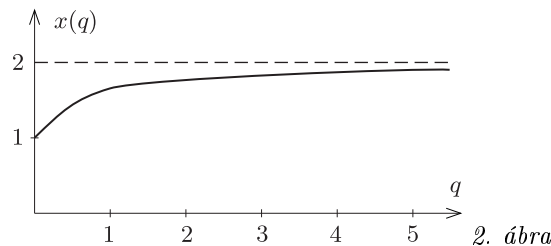
$$R_{\text{eredő}} = \left(1 - \frac{1}{2q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4q^2}}\right) R \equiv x(q) R.$$

Az $x(q)$ függvény ábrázolását megkönnyíti, ha azt

$$x(q) = 1 + \frac{1}{\frac{1}{2q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4q^2}}}$$

alakban írjuk fel. Innen leolvasható, hogy q növekedtével $x(q)$ monoton nő, továbbá $q \ll 1$ esetén $x \approx 1$ és $q \gg 1$ határesetben $x \approx 2$.

Ezek a tulajdonságok a képletek fizikai jelentése alapján is jól érthetőek. Ha $q = 0$, akkor az első R ellenállás után a láncban rövidzár alakul ki, az eredő ellenállás tehát nyilván R . Ha viszont $q \rightarrow \infty$, akkor a lánc első két eleme után következő ellenállások „végtelen nagyok”, tehát szakadást képviselnek (olyanok, mintha ott se lennének); ilyenkor nyilván $R_{\text{eredő}} = 2R$.



2. ábra

Amennyiben $q = 1$, vagyis a lánc csupa egyforma ellenállásból áll, az eredő R -nek $(1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,62$ -szorososa; ez a szám az aranymetszés híres arányszáma.

Az eredő ellenállást q függvényében vázlatosan a 2. ábra mutatja.