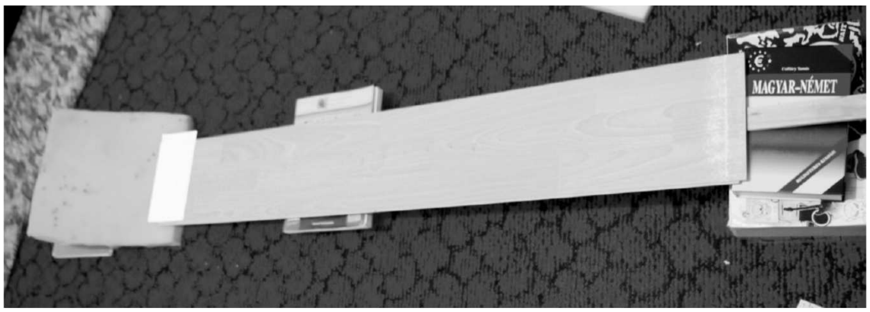
Megoldás. *A mérés eszközei:*

– kb. 3 cm vastag habszivacs (kb. 30 × 30 cm-es) és hasonló méretű deszkalap,
– laminált padló (kb. 20 × 120 cm-es),
– léc (kb. 150 cm-es),
– csapágygolyók (3,1 és 19 mm közti átmérőjűek),
– tolómérő, szögmérős vízmérték,
– könyvek és cipősdoboz alátámasztásnak.

A mérési elrendezés. A habszivacsot a deszkára helyeztem, majd a deszka egyik végét könyvek segítségével felpolcoltam, ezt a véget gyurmával rögzítettem. A másik véghez a laminált padlóból készített lejtőt illesztettem: két kupac alátámasztáson végigfektettem a lécet, majd rátettem a padlót úgy, hogy az egyik vége szorosan illeszkedjen a habszivacshoz (a lécre azért volt szükség, mert a padló önmagában nem elég erős, behajlott volna az alátámasztások közt). Az illeszkedés törésmentessé tételére egy kis darab vastagabb fénymásolópapírt helyeztem a találkozási felületre: ez simán felfeküdt mindkét oldalon és az illeszkedést ívesen, törés nélkül áthidalta. A kész elrendezés a *fényképen* látható.



Otthon nagy mennyiségű csapágygolyó állt rendelkezésre, ezeket tolómérő segítségével osztályoztam: 15-féle átmérőjű golyót találtam, 3,1 és 19,0 mm közti átmérővel (ezek hibája 0,05 mm, ami elhanyagolható). Először megmértem mindkét lejtő hajlásszögét: ehhez szögmérővel ellátott, állítható vízmértéket használtam. A padlóból készült lejtő hajlásszöge végig $\alpha = (6 \pm 0{,}2)^\circ$ volt, a szivacsból készült lejtőt két állásban is használtam, ezek hajlásszöge rendre $\beta_1 = (17 \pm 0{,}2)^\circ$ és $\beta_2 = (22 \pm 0{,}2)^\circ$ volt. Ezután a padlólapot beskáláztam, illetve a habszivacson is megjelöltem egy pontot, ahonnan a golyókat indítottam. A skála kezdőpontjának és a habszivacson megjelölt pontnak a távolságát a két lejtő síkjának metszésvonalától rendre $x_0 = (10{,}0 \pm 0{,}1)$ és $x_1 = (30{,}0 \pm 0,3)$ cm-nek állítottam be. Az áthidaló papírt úgy helyeztem a habszivacsra, hogy a kijelölt ponttól $\ell = (28{,}0 \pm \pm 0{,}1)$ cm-re legyen: a vizsgált mechanikai energiaveszteség csak ezen a szakaszon lép fel.

A mérés elve és menete. A golyót a habszivacson elhelyezett jelöléshez állítottam és hagytam legurulni. A szivacsról a padlólapra átgurulva, a golyó további energiavesztesége elhanyagolhatóan kicsi (egy ilyen típusú padlóval lerakott szoba egyik végéből egy golyó észrevehető lassulás nélkül képes volt átgurulni a másikba, még igen kis kezdősebességnél is), tehát az a magasság, ameddig a golyó fel tud jutni, egyértelműen megadja a megmaradt mozgási energia mértékét, amiből az energiaveszteség mértéke is kiszámítható. A mérés során tehát elegendő azt az L távolságot megmérni, ameddig a legurított golyó feljut a másik lejtőn: ezt a lejtőre rajzolt skála segítségével centiméteres pontossággal le lehet olvasni. A golyó pályája a habszivacs kisebb-nagyobb egyenetlenségei miatt gyakran eltérült, így a golyó lefutott a padlóról: ezeket nem vettem figyelembe a mérésnél. Minden golyóátmérővel 10-10 mérést végeztem a lejtő mindkét állása mellett, ezeknek átlaga és szórása is szerepel a táblázatban. (A táblázatokat terjedelmi okokból nem közöljük. *A Szerk.*)

A mért adatok feldolgozása. Mechanikai energiaveszteségnek az indítási pont és a szivacsos szakasz vége közti helyzeti energia csökkenés, valamint a leérkező golyó mozgási energiája közti különbséget nevezzük. Az energiaveszteségnek a kezdeti mechanikai energiához viszonyított arányát λ-val jelöltem, a feladat éppen ennek az arányszámnak a mérése.

Vegyük fel a helyzeti energia nullaszintjét a két sík metszésvonalában: ekkor a golyó helyzeti energiája kezdetben $E_{\mathrm{h0}} = mgh_1 = gx_1 \sin\beta$, a szivacsról való lefutás pillanatában

$$E_{\mathrm{h2}} = mgh_2 = mg(x_1 - \ell)\sin\beta.$$

A felszabaduló helyzeti energia $\Delta E_{\mathrm{h}} = mg\ell\sin\beta$. A mechanikai energiaveszteség definíciója szerint ebben a pillanatban a golyó mozgási energiája $K = (1 - \lambda\ell)mg\sin\beta$, a teljes mechanikai energia tehát

$$E_{\mathrm{mech}} = mg(x_1 - \lambda\ell)\sin\beta.$$

Mivel a padlólapon a mechanikai energiaveszteség elhanyagolható, a lejtő tetején, a fordulópontnál is ennyi a golyó mechanikai energiája. Ez a két lejtő metszésvonalától $L + x_0$ távolságra van, így a fordulópontnál a helyzeti energia (mozgási energia nincs):

$$E_{\mathrm{mech}} = mg(L + x_0)\sin\alpha.$$

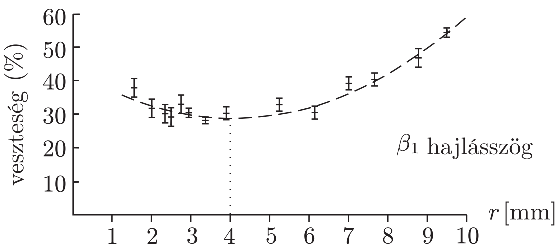
A mechanikai energia két kifejezése egyenlő:

$$mg(x_1 - \lambda\ell)\sin\beta = mg(L + x_0)\sin\alpha,$$

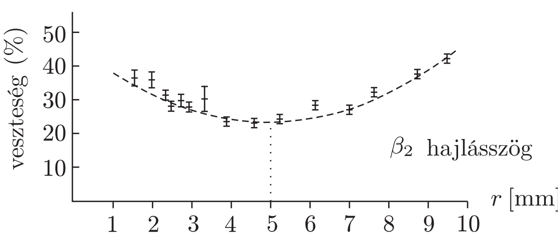
ahonnan az energiaveszteség mértéke:

$$\lambda = \frac{x_1}{\ell} - \frac{L + x_0}{\ell} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

λ kiszámított numerikus értékeit a mért adatok táblázatában adtam meg. A két hajlásszög-értékre *grafikusan* ábrázoltam a $\lambda(r)$ értékpárokat, ezek láthatók az *1. ábrán* és a *2. ábrán.*



1. ábra. A mechanikai energiaveszteség relatív mértéke a golyó sugarának függvényében „laposabb” lejtőn



2. ábra. A mechanikai energiaveszteség relatív mértéke a golyó sugarának függvényében „meredekebb” lejtőn

Mindkét esetben látható, hogy $\lambda(r)$ kis r-ekre csökken, majd egy minimum elérése után növekedni kezd. Ezt a gördülési ellenállást okozó két fő tényezővel magyarázhatjuk. A kis átmérőjű golyókat a habszivacs „durva” felszíne (mm nagyságrendű buborékokból álló anyagról van szó) akadályozza a mozgásban: egyik buborékból a másikba átjutásuk igényel folyamatos energiabefektetést. Ez a fajta energiaveszteség nyilván csökken a golyó átmérőjének növekedtével, hiszen a leküzdendő akadályok mérete elhanyagolhatóvá válik a golyó méretéhez képest. A nagyobb átmérőjű golyókat más hatás fékezi: ezek a rugalmas szivacsot észrevehetően benyomják, amely a golyó továbbgurulta után nem áll vissza azonnal, az átmenetileg „benn maradó” rugalmas energiát a golyó már nem tudja felvenni. Ez a hatás a benyomódás mértékével, azaz a golyó tömegével nő. A két hatás együttese alakítja ki a minimumhelyes függvényt.

Mivel a függvény alakjának elméleti meghatározása bonyolult feladat lenne, a minimum helyének megbecslésére másofokú függvényt illesztettem mindkét grafikonra, amelyek a felvett pontokat elég jól lefedik. A minimum helye β_1 meredekségű lejtőn $r_1 = (4{,}1 \pm 0{,}3)$ mm $\approx$ 4 mm, a β_2 állású lejtőn $r_2 = (5{,}0 \pm 0{,}3)$ mm $\approx$ 5 mm. (A szélsőérték helyét a mérés pontatlansága és a másodfokú függvény használatának elméleti megalapozatlansága miatt nem érdemes mm-nél pontosabban megadni). Meglepő azonban, hogy a minimum helye a mérési hibán jóval kívül esően eltér a két esetben; ennek elméleti magyarázata talán az lehet, hogy a benyomódás mértéke a meredekebb lejtőn kisebb, ezért a nagy átmérőjű golyókat fékező hatás gyengébb, miközben a kis átmérőjű golyók ugyanannyira fékeződnek.