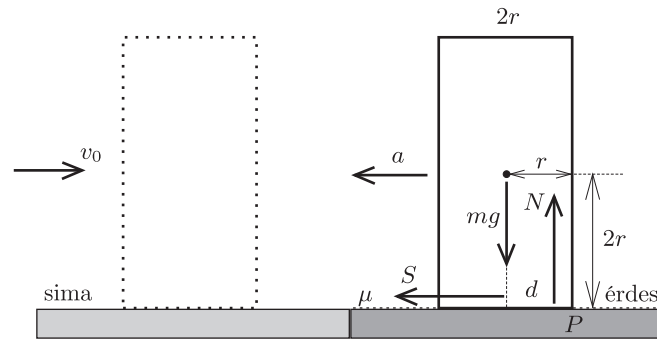


**Megoldás.** Ha a hengeres testet az asztal sima felén valamekkora  $v_0$  kezdősebességgel meglökjük, a test rácsúszik az érdes felületre, és az alaplapjánál egyre nagyobb súrlódási erő fékezi. Tegyük fel, hogy  $v_0$  elég nagy ahhoz, hogy a test teljes egészében átcsúszson a határvonalon és az asztal érdes felén mozogjon. A súrlódási együttható nagyságától függően többféle „forgatókönyv” is elképzelhető, vizsgáljuk ezeket külön-külön.



1. ábra

*I. eset.* Tételezzük fel, hogy a test nem billen fel, hanem az alaplapján csúszik (1. ábra). A súrlódási erő ilyen esetben

$$(1) \quad S = \mu N,$$

ahol  $N$  az asztal által kifejtett, függőlegesen felfelé ható nyomóerő. A nyomóerő hatásvonala nem megy át a henger középpontján, attól valamekkora  $d$  távolságra lesz, de nyilván teljesül, hogy

$$(2) \quad d \leq r.$$

A test vízszintes és függőleges irányú mozgásának egyenletei:

$$(3) \quad S = ma,$$

$$(4) \quad mg - N = 0,$$

illetve a forgómozgás hiányának feltétele:

$$(5) \quad S \cdot 2r - N \cdot d = 0.$$

Az (1)–(5) feltételekből a test lassulására  $a = \mu g$ , a súrlódási együtthatóra pedig a  $\mu < \frac{1}{2} = 0,5$  megszorítás adódik. Ez a feltétel az  $a$ ) esetben megadott súrlódási együtthatóra teljesül. Ilyenkor tehát a hengeres test nem borul fel, hanem „talpon maradván” – fokozatosan csökkenő sebességgel – mozog, végül megáll.

*II. eset.* Ha  $\mu > 0,5$  a súrlódási együttható, akkor a test nem csúszhat forgásmentesen, hanem az alaplapjának legelöl levő  $P$  pontja körül valamekkora  $\beta$  szöggyorsulással megbillen. Eközben a tömegközéppont mozgása vízszintes irányban fékeződik, de fel kell lépjen valamekkora függőleges irányú gyorsulás is, különben a  $P$  pont nem maradhatna az asztal síkjában.

A megfelelő mozgásegyenletek (a 2. ábra jelöléseit használva):

$$(6) \quad N - mg = ma_1,$$

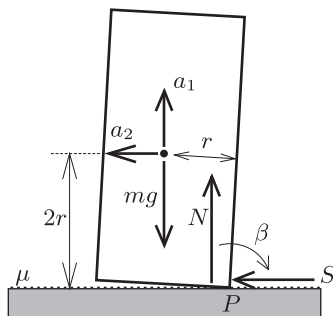
$$(7) \quad S = ma_2,$$

a forgómozgás alapegyenlete a tömegközéppontra felírva:

$$(8) \quad 2r S - N r = \frac{19}{12} m r^2 \cdot \beta,$$

a csúszás miatt a súrlódási erő és a nyomóerő kapcsolata:

$$(9) \quad S = \mu N,$$



2. ábra

és végül a  $P$  pont függőleges irányú elmozdulásának hiányából adódó kényszerfeltétel:

$$(10) \quad a_1 - r\beta = 0.$$

A (6)–(10) egyenletrendszer megoldása:

$$(11) \quad a_1 = \frac{\mu - \frac{1}{2}}{\frac{31}{24} - \mu} g, \quad a_2 = \frac{\frac{19}{24}\mu}{\frac{31}{24} - \mu} g, \quad S = \frac{\frac{19}{24}\mu}{\frac{31}{24} - \mu} mg, \quad N = \frac{\frac{19}{24}}{\frac{31}{24} - \mu} mg.$$

Ez az eredmény nyilván csak akkor érvényes, ha

$$a_1 > 0, \quad \text{vagyis ha} \quad \frac{1}{2} \leq \mu \leq \frac{31}{24} \approx 1,3.$$

Ennek a követelménynek a  $b$ ) esetben megadott súrlódási együttható tesz eleget. Ilyenkor a hengeres test csúszik és közben felborul, vagy legalábbis elkezd billenni. (Az, hogy ténylegesen eldőlt-e, nyilván a sebességének nagyságától is függ. Elképzelhető, hogy hamarabb megáll, mint felborul, és az álló helyzetében ismét függőleges lesz a henger tengelye.)

*III. eset.* Mi történik, ha  $\mu > 1,3$ , például a  $c$ ) esetben megadott súrlódási együtthatónál? A (6)–(10) egyenletek nyilván nem maradhatnak érvényben, hiszen belőlük az következne, hogy a test tömegközéppontja függőlegesen *lefelé* gyorsul, ami lehetetlen! Valami másnak kell történnie.

Képzeljük el, hogy a súrlódási együttható a kritikus  $\frac{31}{24} = 1,29$  értéknél csak egy nagyon kicsivel kisebb. Ekkor még a II. esetnek megfelelő forgatókényv szerint történik henger mozgása, vagyis fékeződik és közben megbillen. A (11) képletekből látszik, hogy a kritikus súrlódás közelében a tömegközéppont gyorsulásának mind a vízszintes, mind pedig a függőleges komponense nagyon nagy, tehát a test  $P$  pontja szinte hirtelen megáll, miközben a tömegközéppont függőleges irányú sebességre tesz szert, és a szögsebessége is szinte azonnal megváltozik. Mindez azért lehetséges, mert ebben a határesetben az  $N$  nyomóerő és az  $S$  súrlódási erő is nagyon nagyvá válik, az  $mg$  nehézségi erőt sokszorosán meghaladhatja. Az egész folyamat (a sebességek és szögsebességek hirtelen változása) *ütközés* jellegű: a test úgy borul fel, hogy az asztallal érintkező legalsó pontja nem csúszik, hanem – mintha egy ütközőnek ment volna neki – megszorul, hirtelen megáll.

Az események nyilván ugyanígy mennek végbe akkor is, ha a súrlódási együttható a kritikus értéknél *nagyobb*, pl. ha  $\mu = 1,4$ . Az a kérdés, hogy a megbillenő test ténylegesen felborul-e, vagy esetleg visszadöccen függőleges tengelyű helyzetébe, a meglökött test kezdősebességének ismerete nélkül nem dönthető el.