

**I. megoldás.** A  $C_1$ ,  $C_2$  és  $C_3$  kapacitású kondenzátorok soros kapcsolásánál az eredő kapacitás

$$C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1},$$

míg a párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok eredője

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3.$$

Legyen  $C_p = \lambda C_s$ , és keressük a  $\lambda$  arányszám minimumát. Algebrai átalakítások után kapjuk, hogy

$$\lambda = 1 + \left(\frac{C_1}{C_2} + \frac{C_2}{C_1}\right) + 1 + \left(\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_3}{C_1}\right) + 1 + \left(\frac{C_3}{C_2} + \frac{C_2}{C_3}\right).$$

A zárójeles kifejezések mindegyike  $x + \frac{1}{x}$  alakú, értékük (a számtani és mértani közép egyenlőtlenség miatt)

$$x + \frac{1}{x} = 2 \cdot \frac{x + \frac{1}{x}}{2} \geq 2 \cdot \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2.$$

Ezek szerint

$$\lambda = \frac{C_p}{C_s} \geq 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 = 9.$$

Az egyenlőség csak  $C_1 = C_2 = C_3$  esetben állhatna fenn, ezt a lehetőséget azonban a feladat szövege kizárja.

Három sorbakapcsolt, *különböző* kapacitású kondenzátor eredő kapacitásának *legalább kilencszerese* a három kondenzátor párhuzamos kapcsolásával előállítható kapacitás.

**II. megoldás.** Alkalmazzuk a harmonikus és a számtani közepekre vonatkozó ismert egyenlőtlenséget:

$$3 C_s = \frac{3}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \leq \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3} = \frac{C_p}{3}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{C_p}{C_s} \geq 9.$$

Az egyenlőség három egyforma kapacitású kondenzátorra teljesülne.