Megoldás. A Nap luminozitása (L) a Napból egységnyi idő alatt kiáramló fény összes energiáját adja meg. Ebből az energiából időegységenként

$$P = L\frac{r^2\pi}{4R^2\pi} = \frac{L}{4}\frac{r^2}{R^2}$$

jut a golyóra, ahol r a golyó sugarát, R pedig a Naptól mért távolságát jelöli.

Tételezzük fel, hogy az alumíniumgolyó mindenfajta sugárzást elnyel, tehát feketetestként viselkedik. (Ez a valóságban biztosan nem teljesül, de mivel a feladat nem pontos számítást, csupán becslést kér, feltevésünk közelítésként elfogadható.)

Jelöljük a golyóhoz valamekkora Δt idő alatt érkező fotonok számát ΔN-nel, a fotonok átlagos energiáját ε-nal, impulzusukat pedig p-vel. Ismert, hogy a fotonokra $\varepsilon = pc$, ahol $c = 3\cdot 10^8$ m/s a vákuumbeli fénysebesség. A golyó által elnyelt fényteljesítmény kifejezhető a fotonok számával, azok ΔI lendületével is:

$$P = \frac{\Delta N\cdot\varepsilon}{\Delta t} = \frac{\Delta N\cdot p}{\Delta t}c = \frac{\Delta I}{\Delta t}c.$$

Másrészt a beérkező fotonok lendületének időegységre jutó változása éppen az általuk kifejtett F erővel egyenlő:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{P}{c} = \frac{L}{4c}\frac{r^2}{R^2}.$$

Ez az erő (az ún. fénynyomásból származó erő) a Nappal ellentétes irányú és – a tömegvonzási erőhöz hasonlóan – az R távolság négyzetével fordítottan arányos.

Az alumíniumgolyó akkor maradhat nyugalomban, ha a rá ható erők eredője nulla:

$$\frac{L}{4c}\frac{r^2}{R^2} - \gamma\frac{Mm}{R^2} = 0,$$

ahol $m = \dfrac{4r^3\pi}{3}\varrho_{\mathrm{Al}}$ a golyó tömege, M pedig a Nap tömege.

Az egyensúly feltétele tehát akkor teljesül, ha

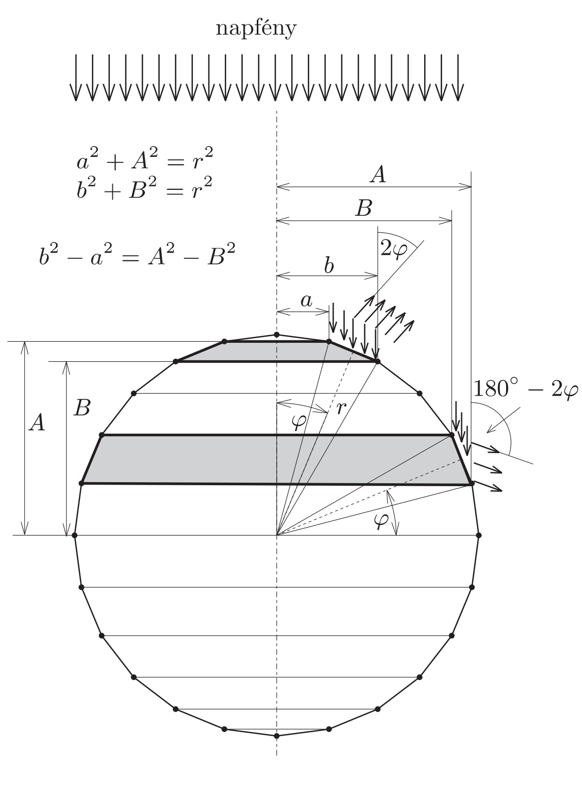
$$\frac{L}{4c}r^2 = \gamma M\,\frac{4r^3\pi}{3}\varrho_{\mathrm{Al}},$$

azaz a golyó sugara

$$r = \frac{3L}{16\,\pi c\gamma M\varrho_{\mathrm{Al}}} \approx 2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 0{,}2\ \text{mikron}.$$

Ekkora alumíniumgolyócska a Naprendszerben *bárhol* nyugalomban maradhat (vagy akár egyenes vonalú, egyenletes mozgással átszelheti azt), amennyiben a környező égitestek gravitációs hatása valóban elhanyagolható.

Megjegyzések. 1. Megmutatjuk, hogy a fény nyomásából származó erő tükröző, sőt, még részlegesen tükröző felület esetén is ugyanakkora, mintha a golyó teljesen fekete lenne, tehát a fenti számolás – a geometriai optika keretei között – tulajdonképpen pontosnak is tekinthető.



Vizsgáljunk először egy tökéletesen tükröző gömbfelületet. A felületre eső fotonok különböző irányokba verődnek vissza, lendületváltozásuk tehát (látszólag) csak bonyolult számítással határozható meg. Megmutatjuk, hogy nem ez a helyzet, mert elemi úton belátható: a visszaverődő fény által „elvitt” összes lendület *nulla.*

Tekintsünk egy r sugarú körbe írható szabályos $8n$-szöget (az *ábrán* $8n = 24$), és forgassuk meg ezt az alakzatot két szemközti csúcsa körül. Közelítsük a tükröző gömbfelületet az így nyert, csonkakúp-palástokból álló, ugyancsak tükröző felülettel. A közelítés tetszőlegesen pontossá tehető, ha $n \gg 1$. A számítások megkönnyítése érdekében ez a tengely essen egybe a golyó – Nap tengellyel.

Az egyes csonkakúp-palástokra időegységenként érkező fotonok száma arányos a felületeknek a fény terjedési irányára merőleges vetületével. Vizsgáljuk meg a sokszög azon két oldalélét, amelyek a beeső fénnyel φ és $90^\circ - \varphi$ szöget zárnak be. A nekik megfelelő (az ábrán szürkével jelölt) felületekre eső fotonok száma megegyezik, hiszen a merőleges vetületük (egy-egy körgyűrű) területe $A^2\pi - B^2\pi$, illetve $b^2\pi - a^2\pi$. Ezek viszont (a megfelelő derékszögű háromszögekre felírható Pitagorasz-tételből következően) egyforma nagyságúak. A tükröződő fény fotonjai által elvitt lendület mindegyik csonkakúp-paláston (a forgásszimmetria miatt) nyilván csak a beeső fény irányába mutató vektor lehet, de ezek összege is az ábrán jelölt két felületre nulla, hiszen a távozó fotonok iránya szimmetrikus a gömb „egyenlítőjének” síkjára.

A tükröződő fotonok tehát összességében nem visznek el lendületet, éppen úgy, mint egy fekete testnél, amely a rá eső fényt teljes mértékben elnyeli. Emiatt a fény által kifejtett erő is ugyanakkora, mint amekkora a tökéletesen fekete testnél lenne.

A fényes alumínium a ráeső fény 15-20 százalékát elnyeli, a többit visszaveri. Mivel sem az elnyelt, sem a visszavert fény (összességében) nem visz el lendületet, a kiszámított fénynyomás hatása nem függ a felület fényvisszaverő képességétől.

2. Eddigi megfontolásainkban feltételeztük, hogy a nagyobb méretű alumíniumgolyókhoz hasonlóan egészen kicsi fémgömbökre is alkalmazhatjuk a geometriai optika módszereivel számolt fényszórás törvényeit. Ez a valóságban nem igaz, mivel a feladat során meghatározott nagyságú golyó már a *kolloid* mérettartományba esik, ahol más szórási törvények érvényesek. A részecske sugaránál nagyobb, vagy azzal összemérhető hullámhosszú fotonok esetében (a hullámhossztól függően) az ún. *Tyndall-, Mie-,* vagy *Rayleigh-szórás* jelensége lép fel. Ezeknél a fotonok jelentős része az eredeti haladási irányban szóródik tovább, így a fénynyomás a számított értéknél kisebb erőt fejt ki a részecskére. Emiatt az a valóságban a fentebb számítottnál kisebb méretű kell legyen, hogy nagyobb fajlagos felszínnel rendelkezzen. Ez azt jelenti, hogy még kisebb hullámhosszak esetén maradnak érvényesek a geometriai optikai szórás törvényei. A kolloid részecskék mérete és a látható fény fotonjainak hullámhossza összemérhető, a kapott részecske átmérőjének hossza ennek a tartománynak is az ibolya vége felé található. Mivel a Nap esetében az ultraibolya tartomány felé haladva az egyes hullámhosszakra jutó fényteljesítmény értéke meredeken, majdnem a nulláig csökken, lehetséges, hogy nem is alakulhat ki egyensúlyi helyzet a fénynyomás és a gravitáció között.