

Megoldás. A könnyebb áttekinthetőség végett a tekercseket már a feladat ábráján megszámoztuk.

A szimmetrikus elrendezés miatt (a középiskolai képlettár jelöléseit követve) a tekercsek önindukciós és kölcsönös indukciós együtthatói között az alábbi összefüggéseket írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} L_{11} = L_{22} = L_{33}, & \quad \text{jelöljük } L\text{-lel;} \\ L_{12} = L_{21} = L_{13} = L_{31} = L_{23} = L_{32}, & \quad \text{jelöljük } M\text{-mel.} \end{aligned}$$

Tekintsük az egyes tekercsekben indukált feszültségeket! Minthogy $I_2 = 0$, mert a kapcsoló nyitva van, valamint $I_3 \approx 0$, mert a voltmérő ellenállása nagyon nagy, csupán az I_1 áram változása indukál feszültséget.

Az 1. tekercsben $U_1 = L \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$, a 3. tekercsben pedig $U_3 = M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$. A feladat szövege szerint $U_3 = \frac{U_1}{2}$, vagyis $M = \frac{L}{2}$.

Zárjuk a kapcsolót! Ekkor már a 2. tekercsben is fog áram folyni, vagyis az egyes tekercsekben indukált feszültségek így írhatók fel:

$$\begin{aligned} U_1 &= L \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + M \frac{\Delta I_2}{\Delta t}, \\ U_2 &= M \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + L \frac{\Delta I_2}{\Delta t}, \\ U_3 &= M \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + M \frac{\Delta I_2}{\Delta t}. \end{aligned}$$

Azt kell észrevennünk, hogy a rövidzár miatt $U_2 = 0$. Ezt felhasználva a két áramváltozási sebesség között adódik egy egyszerű összefüggés:

$$\frac{\Delta I_2}{\Delta t} = -\frac{M}{L} \frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

Képezzük az $\frac{U_3}{U_1}$ hányadost:

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{M - \frac{M^2}{L}}{L - \frac{M^2}{L}} = \frac{1}{3}.$$

(Az utolsó lépésnél figyelembe vettük, hogy $M = L/2$).

Tehát a kapcsoló zárása után a voltmérő a feszültségforrás effektív értékének *harmadát* fogja mutatni.

Kiegészítés: A vasmag permeabilitásának állandóságát akkor használtuk fel, amikor feltételeztük a tekercsek induktivitásának és a kölcsönös indukciós együtthatóknak az állandóságát, vagyis hogy pl. $M = L/2$ akkor is fennáll, ha zárjuk a kapcsolót. Szokatlan volt a feladatban, hogy ebben a tipikusan transzformátoros összeállításban a feszültségek aránya lényegesen eltér a menetszámok arányától. A mindennapi gyakorlatban ez jól ismert jelenség, inkább az tekinthető idealizációnak, hogy az említett két arány megegyezik. A mágneses mező „kiszóródása” a vasmagból általában elkerülhetetlen, ha nem is olyan jelentős mindig, mint most, ebben a feladatban.