Megoldás. A rúd fizikai inga, aminek lengésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{mgs}},$$

ahol Θ az m tömegű rúd felfüggesztési pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka, $s = \sqrt{\ell^2 - \frac{L^2}{4}}$ pedig a felfüggesztési pont távolsága a rúd tömegközéppontjától. A Steiner-tétel alapján

$$\Theta = \frac{1}{12}mL^2 + ms^2, \quad \text{innen}$$

$$\frac{\Theta}{mgs} = \frac{1}{12g}\cdot\frac{L^2+12s^2}{s} = \frac{1}{6g}\cdot\frac{\frac{L^2}{s}+12s}{2}.$$

A számtani és mértani közép közti összefüggés alapján:

$$\frac{1}{6g}\cdot\frac{\frac{L^2}{s}+12s}{2} \geq \frac{1}{6g}\sqrt{\frac{L^2}{s}\cdot 12s} = \frac{L\sqrt{12}}{6g}.$$

Mivel a lengésidő akkor minimális, ha a képletében a gyök alatt szereplő mennyiség is minimális, ezért

$$T \geq 2\pi\sqrt{\frac{L\sqrt{3}}{3g}}.$$

Az egyenlőség, amikor

$$T = T_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{L\sqrt{3}}{3g}}$$

akkor teljesül, ha

$$\frac{L^2}{s} = 12s,$$

vagyis

$$L^2 = 12s^2 = 12\left(\ell^2 - \frac{L^2}{4}\right) = 12\ell^2 - 3L^2.$$

Ebből:

$$\ell = \frac{L}{\sqrt{3}}.$$