Megoldás. A két golyó rugalmas ütközésére érvényes a lendületmegmaradás és a mechanikai energiamegmaradás törvénye:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2,$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2.$$

A fenti két egyenletből (felhasználva, hogy az energiamegmaradás törvénye szerint a leérkező golyó sebessége $v_0 = \sqrt{2g\ell}$) az ütközés utáni sebességek számíthatók:

$$v_1 = \frac{m-M}{m+M}\,v_0 = \frac{m-M}{m+M}\,\sqrt{2g\ell},$$
$$v_2 = \frac{2m}{m+M}\,v_0 = \frac{2m}{m+M}\,\sqrt{2g\ell}.$$

A v_1 sebesség ismeretében érdemes megvizsgálni, hogy mekkora szöggel tér ki a fonálon függő golyó az ütközés után. Az emelkedési magasság

$$\Delta h = \frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{m-M}{m+M}\right)^2 \ell,$$

az inga legnagyobb szögkitérése tehát az ütközés után

$$\varphi_{\text{max.}} = \arccos\left(\frac{\ell - \Delta h}{\ell}\right) = \arccos\frac{4mM}{(m+M)^2} = 5{,}6^\circ.$$

Ez a szög elég kicsi ahhoz, hogy az inga mozgását $2\pi\sqrt{\ell/g}$ rezgésidejű harmonikus rezgőmozgással közelíthessük.

a) A második ütközés akkor történik ugyanott, mint az első, ha a rugó–golyó rendszer periódusideje ugyanekkora, mint az ingáé:

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{D}}.$$

A rugó direkciós ereje tehát

$$D = \frac{Mg}{\ell} = 37{,}6\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

b) A két ütközés között egy félperiódusnyi, azaz:

$$t = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 0{,}55\ \text{s}$$

idő telik el.

c) A két golyó akkor lesz legmesszebb egymástól, amikor maximális a kitérésük; az azonos periódusidő miatt ez egyszerre történik. A rugó legnagyobb kitérését a mechanikai energiamegmaradás törvényéből kapjuk meg:

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = \frac{1}{2}Dx^2,$$
$$\frac{1}{2}M\cdot 2g\ell\left(\frac{2m}{m+M}\right)^2 = \frac{1}{2}\,\frac{Mg}{\ell}x^2,$$
$$x = \sqrt{2}\ell\left(\frac{2m}{m+M}\right) \approx 40\ \text{cm}.$$

A fonálon függő golyó maximális kitérése: $y = \ell\sin\varphi_{\text{max.}} \approx 3$ cm, ezt tekinthetjük vízszintes irányú elmozdulásnak, mert a függőleges $\Delta h \approx 1$ mm emelkedés y mellett elhanyagolhatóan kicsi.

A két golyó tehát az első ütközés után $x + y = 43$ cm-re távolodik el egymástól.