

**Megoldás.** Válasszunk olyan egységrendszert, amelyben a fénysebesség  $c = 1$ . A folyamatra érvényes a lendület-megmaradás törvénye, vektori alakban:

$$\vec{p}_\pi = \vec{p}_e + \vec{p}_\nu.$$

Négyzetre emelve, és kihasználva, hogy  $\vec{p}_e$  és  $\vec{p}_\nu$  merőlegesek:  $p_\pi^2 = p_e^2 + p_\nu^2$ .

Egy  $m$  tömegű részecske teljes (relativisztikus) energiája és  $p$  lendülete (impulzusa) között (a választott  $c = 1$  egységrendszerben) fennáll az

$$E = \sqrt{p^2 + m^2}$$

összefüggés, amit szoktak tömeghég-feltételnek is nevezni). Ütközésekben és bomlási folyamatokban a teljes energiák összegére teljesül az energiamegmaradás; jelen esetben ez így fogalmazható meg:  $E_\pi = E_e + E_\nu$ . Négyzetre emelve, és a teljes energiák négyzetére felírva a tömeghég-feltételt:

$$m_\pi^2 + p_\pi^2 = m_e^2 + p_e^2 + p_\nu^2 + 2E_\nu E_e.$$

A lendületekre vonatkozó összefüggést felhasználva

$$E_\nu E_e = \frac{m_\pi^2 - m_e^2}{2},$$

vagyis a két bomlástermék energiájának szorzata állandó.

Célunk a pion sebességének, így energiájának minimalizálása. Ez az energia egyenlő a két bomlástermék energiájának összegével, ennek minimumát keressük. Írjuk fel a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenséget:

$$\begin{aligned} \sqrt{E_\nu E_e} &\leq \frac{E_\nu + E_e}{2}, \\ E_\pi = E_\nu + E_e &\geq 2\sqrt{E_\nu E_e} = \sqrt{2(m_\pi^2 - m_e^2)}. \end{aligned}$$

A pion teljes energiája a tömegével és a sebességével kifejezve:

$$E_\pi = \frac{m_\pi}{\sqrt{1 - v^2}} \geq \sqrt{2(m_\pi^2 - m_e^2)},$$

ahonnan a pion sebességére a

$$v \geq \sqrt{1 - \frac{m_\pi^2}{2(m_\pi^2 - m_e^2)}} = \sqrt{\frac{m_\pi^2 - 2m_e^2}{2m_\pi^2 - 2m_e^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

alsó korlát adódik. Az egységrendszer választása miatt ez annyit jelent, hogy a pion sebessége legalább a fénysebesség 0,707-szerese kell legyen.