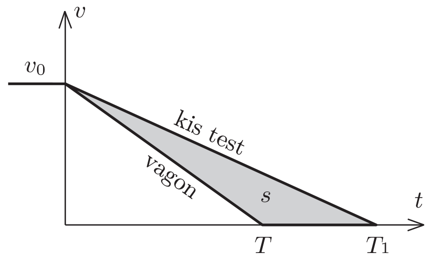
I. megoldás. Írjuk le a szerelvény és a kisméretű test mozgását a vasúti töltéshez viszonyítva, tehát inerciarendszerből!

A fékező szerelvény sebessége T idő alatt egyenletesen csökken a kezdeti v_0 értékről nullára (*1. ábra*), így a vagon gyorsulása

$$a_{\text{vagon}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{v_0}{T}.$$

A kisméretű testre ható S súrlódási erő nagysága legfeljebb μmg lehet (ha m a test tömege), így a gyorsulásának nagysága

$$|a_{\text{test}}| = \frac{S}{m} \le \mu g.$$



1. ábra

Ha

$$|a_{\text{vagon}}| \le \mu g, \qquad \text{vagyis} \qquad \mu \ge \frac{v_0}{gT},$$

akkor a kis test a vagonnal együtt lassul, a platón tehát egyáltalán nem mozdul el. Ha viszont a súrlódási tényező kisebb, mint a „kritikus” $\mu_0 = \dfrac{v_0}{gT}$ érték, a kis test megcsúszik a vagon platóján, sebessége $v(t) = v_0 - \mu g\, t$ módon egyenletesen csökken, és

$$T_1 = \frac{v_0}{\mu g}$$

idő alatt a kisméretű test megáll (lásd az ábrát). Ebben az esetben nyilván fennáll $T_1 > T$.

A fékezés kezdetétől a kis test megállásáig a vagon

$$s_{\text{vagon}} = \frac{1}{2} v_0 T,$$

a kisméretű test pedig

$$s_{\text{test}} = \frac{1}{2} v_0 T_1$$

utat tesz meg, a platóhoz képest tehát

$$s = s_{\text{test}} - s_{\text{vagon}} = \frac{1}{2} v_0 (T_1 - T) = \frac{v_0^2}{2\mu g} - \frac{v_0 T}{2}$$

lesz az elmozdulása. Ez az elmozdulás az ábráról is leolvasható, mint a sötétebben jelölt háromszög területe.

A mozgás ideje a korábban már megadott $T_1 = \dfrac{v_0}{\mu g}$.

Megjegyzés. A megoldás során feltételeztük, hogy a plató elég hosszú, illetve hogy a szerelvény vízszintesen, egyenes pályán mozog.

II. megoldás. Írjuk le a kisméretű test mozgását a vagonhoz viszonyítva, tehát (a mozgás első szakaszában) lassuló rendszerből!

A mozgás két részre bontható. Az első szakaszban, amíg a vagon még mozgásban van, a kis testre

$$F_{\text{t}} = m\,|a_{\text{vagon}}| = m\frac{v_0}{T}$$

nagyságú, a vagon mozgásirányához viszonyítva „előre” mutató *tehetetlenségi erő* hat. Emellett fellép egy „hátrafelé” ható, legfeljebb $S_{\max} = mg\mu$ nagyságú súrlódási erő is.

Amennyiben a súrlódás elegendően nagy, a kis testet a tehetetlenségi erő nem tudja megmozdítani, az tehát egyáltalán nem mozdul el a platón. Ennek feltétele:

$$mg\mu \ge m\frac{v_0}{T}, \qquad \text{azaz} \qquad \mu \ge \frac{v_0}{gT}.$$

Ha a súrlódási tényező nem elegendően nagy, a kis test a vagon fékezésekor mozgásba jön, és $t_1 = T$ idő alatt a_1 gyorsulással $v_1 = a_1 T$ sebességre gyorsul fel. A gyorsulás nagyságát az $F_\mathrm{t} - S_\mathrm{max} = ma_1$ mozgásegyenletből számíthatjuk ki:

$$a_1 = \frac{v_0}{T} - \mu g,$$

és ennek megfelelően a kis test legnagyobb sebessége:

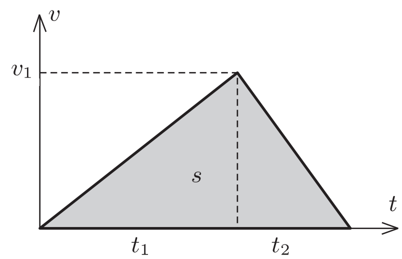
$$v_1 = v_0 - \mu g T.$$

(A súrlódási együtthatóra vonatkozó feltétel miatt $v_1 \geq 0$.)

A mozgás további részében, amikor a vonat már áll, tehetetlenségi erő nem lép fel, a kis test mozgását tehát csak a súrlódási erő fékezi. A mozgás $a_2 = -\mu g$ lassulásnak megfelelő egyenletesen változó mozgás, a test sebessége tehát

$$t_2 = \frac{v_1}{|a_2|} = \frac{Ta_1}{\mu g} = \frac{v_0}{\mu g} - T$$

idő alatt csökken nullára (*2. ábra*).



2. ábra

A kisméretű test összesen

$$t_1 + t_2 = T + \left(\frac{v_0}{\mu g} - T\right) = \frac{v_0}{\mu g}$$

ideig mozog, és (mint az a 2. ábráról is leolvasható)

$$s = \frac{v_1(t_1 + t_2)}{2} = \frac{v_0^2}{2\mu g} - \frac{v_0 T}{2}$$

utat tesz meg a platón.