

Megoldás. a) Mivel a sorbakapcsolt kondenzátorok töltése megegyezik, azaz $Q_1 = Q_2 = Q$, és a feszültségek összege az az akkumulátor kapocsfeszültségével egyenlő:

$$U_1 + U_2 = U_0, \quad \text{ahol} \quad U_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \text{és} \quad U_2 = \frac{Q}{C_2},$$

innen az egyes kondenzátorok feszültsége:

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0 = 2,4 \text{ V}; \quad U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0 = 21,6 \text{ V}.$$

Az üveg behelyezése után az egyik kondenzátor kapacitása változatlan marad ($C_1^* = C_1$), a másiké viszont az üveg relatív dielektromos állandójának megfelelő arányban nő: $C_2^* = \varepsilon_r C_2$. Az új helyzetben a kondenzátorok feszültsége így alakul:

$$U_1^* = \frac{C_2^*}{C_1^* + C_2^*} U_0 = \frac{\varepsilon_r C_2}{C_1 + \varepsilon_r C_2} U_0;$$

illetve

$$U_2^* = \frac{C_1^*}{C_1^* + C_2^*} U_0 = \frac{C_1}{C_1 + \varepsilon_r C_2} U_0.$$

A kondenzátorok energiája az $E = CU^2/2$ általános képletből számolható. Az energia-változásokra megadott feltétel szerint:

$$\frac{1}{2} C_2^* U_2^{*2} - \frac{1}{2} C_2 U_2^2 = \frac{1}{2} C_1^* U_1^{*2} - \frac{1}{2} C_1 U_1^2,$$

ahonnan (algebrai átalakítások után) az

$$\varepsilon_r (C_1 - \varepsilon_r C_2) (C_1 + C_2)^2 = (C_1 + \varepsilon_r C_2)^2 (C_1 - C_2),$$

majd az adatokat behelyettesítve az

$$\varepsilon_r^2 - 7\varepsilon_r + 6 = 0$$

másodfokú egyenletet kapjuk. Ennek egyik gyöke ($\varepsilon_r = 1$) az eredeti állapotnak felel meg, a számunkra érdekes másik gyök pedig $\varepsilon_r = 6$.

Az alkalmazott üvegszigetelés tehát *hatszorosára* növeli a második kondenzátor kapacitását.

b) A kondenzátorok energiájának változása például az első kondenzátorra vonatkozó

$$\Delta E = \frac{C_1}{2} (U_1^{*2} - U_1^2) = \frac{C_1 U_0^2}{2} \left[\left(\frac{\varepsilon_r C_2}{C_1 + \varepsilon_r C_2} \right)^2 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2 \right]$$

összefüggésből számítható, és numerikusan $\Delta E = 7,78 \cdot 10^{-9} \text{ J} \approx 7,8 \text{ nJ}$ -nak adódik.