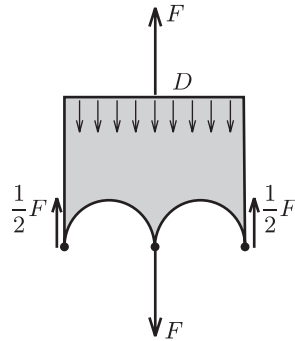


**Megoldás.** Az  $L$  hosszú félkörívnek megfelelő átmérő  $D = 2L/\pi$ , ekkora a drótkeret felső, vízszintes élének hossza. Írjuk fel a hártát tartó drótkeretre ható függőleges irányú erők egyensúlyának feltételét!



A fonalakat (azok minden pontjában)  $F/2$  nagyságú erő feszíti (hiszen a középső pontban a két félkörív végeire összesen  $F$  erőt fejtünk ki).

A fonalak tehát összesen  $\frac{1}{2}F + \frac{1}{2}F = F$  erővel húzzák felfelé a drótot. Ugyancsak  $F$  külső erőnek kell hatnia a drót felső szakaszára, ekkor lesz az egész rendszerre ható külső erők eredője nulla. (Ez az erő lehet pl. a drótkeretet valamilyen állványhoz rögzítő fonál húzóereje.)

Másrészt a szappanhártya  $\sigma D$  erővel húzza lefelé a drótot, ahol  $\sigma$  a *hártya* felületi feszültsége (vagyis a hártya peremének egységnyi hosszúságú szakaszán ható húzóerő). *Vigyázat:* a hártának 2 oldala van, tehát az így értelmezett felületi feszültség a folyadék levegőre vonatkoztatott felületi feszültségének *kétszerese*. A keret függőleges szárai mentén a szappanhártya *vízszintes* erőkkel hat a dróra, ezek az erők most figyelmen kívül hagyhatók.

A tartókeret egyensúlyának feltétele:

$$\frac{1}{2}F + \frac{1}{2}F + F - D\sigma = 0,$$

ahonnan a keresett felületi feszültség

$$\sigma = \frac{2F}{D} = \frac{\pi F}{L}.$$

*Megjegyzés.* A felületi feszültséget (amit a hártya egységnyi felületére jutó energiaként is értelmezhetünk) megpróbálhatjuk a munkatétel felhasználásával kiszámolni. A hártya „területét” (a felület ennek kétszerese!) a deformáció során

$$\Delta T = \frac{1}{2} \left( \frac{D}{2} \right)^2 \pi - 2 \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{D}{4} \right)^2 \pi = \frac{L^2}{4\pi}$$

értékkel növeltük meg; a rendszer energiájának növekedése tehát  $\Delta E = \sigma \Delta T$ .

A fonál középső pontját  $\Delta s = D/2$  hosszú úton mozdítjuk el, miközben – legalábbis a legutolsó pillanatban –  $F$  erőt fejtünk ki. Ha a munkatételt (*hibásan!*)  $\Delta E = F \Delta s$  módon íránk fel, akkor a felületi feszültségre  $\sigma = \frac{4F}{L}$  adódna. Ez azonban csak nagyságrendileg helyes becslésnek tekinthető, csak annyira „pontos”, amennyire  $\pi \approx 3$ . A hiba forrása: a hártya deformációja során a szükséges erő nem állandó, helyről helyre változik, emiatt a munka nem számolható az egyszerű „erőször elmozdulás” formulából.