

Megoldás. Válasszuk az egyes ellenállásokon átfolyó áramokat és a hurkok körüljárási irányát (önkényesen) az ábrán látható módon, és alkalmazzuk Kirchoff törvényeit:

Az I. hurokra

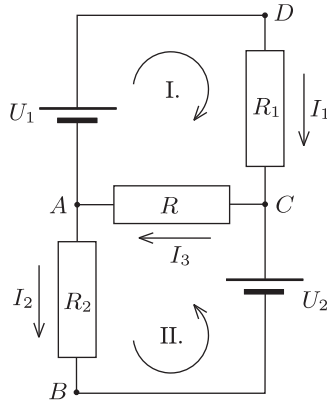
$$(1) \quad U_1 = I_1 R_1 + I_3 R,$$

a II. hurokra

$$(2) \quad U_2 = I_2 R_2 + I_3 R,$$

és végül a csomóponti törvény:

$$(3) \quad I_1 + I_2 = I_3.$$



Helyettesítsük be (1), (2) és (3)-ba az ismert adatokat, majd oldjuk meg az egyenletrendszert! A megoldás (az SI mértékegységeket elhagyva):

$$(4) \quad I_1 = \frac{208}{5(R+64)} + \frac{1}{10},$$

$$(5) \quad I_2 = \frac{40-R}{10(R+64)},$$

$$(6) \quad I_3 = \frac{52}{R+64}.$$

Most már könnyen válaszolhatunk a feltett kérdésekre.

a) Az AB ágban folyó I_2 áram akkor nulla, ha $R = 40 \Omega$.

b) Az AC ágban folyó I_3 áram annál nagyobb, minél kisebb az R ellenállás, maximális értéke tehát $R = 0$ -hoz, a rövidzárhoz tartozik.

c) Mivel

$$U_{AC} = I_3 R = \frac{52R}{R+64} = \frac{52}{1 + \frac{64}{R}},$$

ez a feszültség annál nagyobb, minél kisebb az utolsó nevezőben szereplő $\frac{64}{R}$ kifejezés. Ezek szerint az A és C pontok közötti potenciálkülönbség $R \rightarrow \infty$ határesetben, vagyis szakadáskor lesz a legnagyobb.

d) Az R ellenállásra jutó teljesítmény:

$$P = I_3^2 R = \frac{2704R}{(R+64)^2} = \frac{2704}{\left(R + \frac{4096}{R}\right) + 128}.$$

Ez a kifejezés a maximumát akkor éri el, amikor $R + \frac{4096}{R}$ a lehető legkisebb, vagyis amikor $R = 64 \Omega$. (Ez differenciálszámítással, vagy a számtani- és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenségből kapható meg.)

e) A (4) összefüggés szerint I_1 (a számunkra érdekes $R \geq 0$ tartományban) az R ellenállás monoton csökkenő függvénye, legnagyobb értékét tehát $R = 0$ esetén, vagyis rövidzárhoz veszi fel.

f) Ugyanez érvényes I_3 -ra is, a maximuma $R = 0$ -nál van.

Megjegyzés. A (6) összefüggésből leolvashatjuk, hogy tetszőleges R ellenálláson átfolyó áram nagysága éppen ugyanakkora, mintha az ellenállást egy 52 V üresjáratú feszültségű és 64Ω belső ellenállású feszültségforrásra kapcsoltuk volna. Ez egy általánosan érvényes „helyettesítési tétel”, a *Thévenin-tétel* speciális esete.

(G. P.)