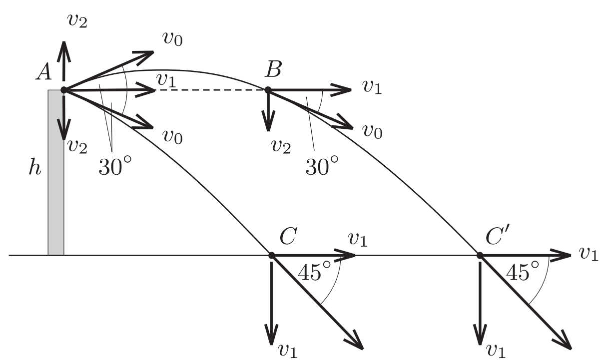
I. megoldás. A feladat leírása alapján nem egyértelmű, hogy a vízszinteshez képest 30°-os szögben *felfelé*, vagy ugyanekkora szögben *lefelé* hajítjuk-e el a kavicsot (lásd az *ábrát*). Mindkét röppálya parabola lesz, a sebesség vízszintes összetevője (ha a közegellenállástól eltekintünk) nem változik, a függőleges összetevő pedig g gyorsulással időben egyenletesen változik.



A két eset nem különbözik lényegesen egymástól, hiszen az A pontból „felfelé" indított kavics a B pontban ismét eléri a kezdeti h magasságot, és ettől kezdve ugyanolyan pályán fog mozogni, mint az eredetileg „lefelé" dobott kavics. A továbbiakban a lefelé indított kaviccsal foglalkozunk.

Jelöljük a keresett kezdősebességet v_0-lal, a kezdősebesség vízszintes komponensét v_1-gyel, a függőleges összetevőt pedig v_2-vel! Mivel 30°-os szögben dobjuk el a kavicsot, v_0, v_1 és v_2 egy szabályos háromszög „felét" határozzák meg, s ebből (a Pitagorasz-tétel alkalmazásával) következik:

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,v_1 \qquad \text{és} \qquad v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}\,v_1. \tag{1}$$

A sebesség vízszintes összetevője a mozgás során nem változik, tehát a becsapódás C (illetve a másik értelmezésnél a C') pontjában is v_1 nagyságú lesz, és a 45°-os becsapódási szög miatt ugyanekkora kell legyen a függőleges sebességkomponens is a földetéréskor.

A mozgás ideje a sebesség függőleges összetevőjének változási üteméből olvasható le:

$$v_2 + gt = v_1,$$

ahonnan (1) felhasználásával:

$$t = \frac{v_1 - v_2}{g} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\frac{v_1}{g}.$$

A kavics függőleges elmozdulása (egyenletesen gyorsuló mozgás miatt) az átlagsebességből (a kezdeti- és a végsebesség számtani közepéből) számítható:

$$h = \frac{v_2 + v_1}{2}\,t = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_1^2}{3g},$$

vagyis

$$v_1 = \sqrt{3gh}$$

és (1) alapján a kavics keresett kezdősebessége:

$$v_0 = \sqrt{4gh}.$$

II. megoldás. A 45°-os szögben becsapódó kavics sebességének vízszintes és függőleges összetevője (az I. megoldás jelöléseit használva)

$$v_1 = v_0 \cos\alpha, \tag{2}$$

ahol $\alpha = \pm 30°$, a hajítási szög kétféle értelmezésének megfelelően. (Kihasználtuk, hogy a vízszintes sebességkomponens a mozgás során nem változik.)

A mechanikai energia megmaradási törvénye szerint

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}m\big(v_1^2 + v_1^2\big),$$

innen (2) felhasználásával a kezdősebességre (α előjelétől függetlenül, tehát az elhajítás irányának mindkét értelmezése esetén)

$$v_0 = \sqrt{\frac{2}{2\cos^2\alpha - 1}\,gh} = \sqrt{4gh}$$

adódik.