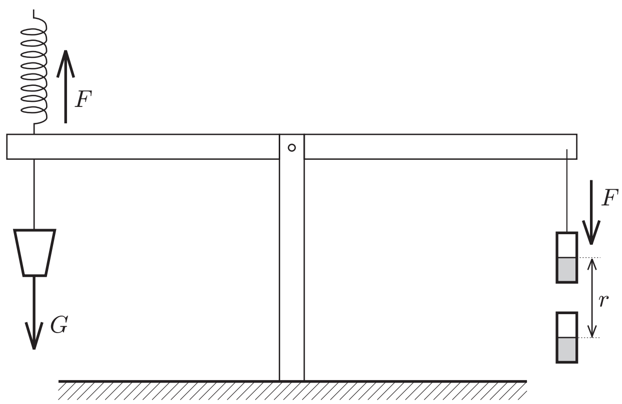
Megoldás. *A mérésnél felhasznált eszközök:*
– kétkarú mérleg,
– 2 db rúdmágnes,
– rugós erőmérő (2,5 N és 0,25 N méréshatárral),
– vizet tartalmazó edény,
– cérna,
– vonalzó.

A mérés előkészítése. A mérlegre pálcával felerősítettem az egyik rúdmágnest, a másik oldalára pedig cérnával az edényt. Ebbe annyi vizet töltöttem, hogy a mérleg kiegyensúlyozott legyen. Ezután az asztal szélére felakasztottam a másik rúdmágnest, úgy, hogy magassága szabályozható legyen, és a két mágnes vonzza egymást. A mérleg másik karjához rögzítettem a rugós erőmérőt (*1. ábra*).



1. ábra

A mérés menete. A két mágnes – vízszintes mérlegállás esetén – egy egyenesbe esik, és vonzzák egymást. A két mágnes közti távolságot az alsó mágnes helyzetének változtatásával állítottam be, majd ezután az erőmérővel a mérleg karját vízszintes helyzetbe hoztam. A forgatnyómatékok egyenlőségéből adódóan a rugós erőmérő éppen a két mágnes közi F vonzóerőt méri. Ezt jegyeztem fel a két mágnes középpontjának r távolsága függvényében.

A mérési adatok. A mért adatokat az *1. táblázat* tartalmazza.

r [cm]	F [N]	r [cm]	F [N]
13	1,01	22	0,021
14	0,43	23	0,017
15	0,229	24	0,014
16	0,140	25	0,010
17	0,094	26	0,009
18	0,064	27	0,007
19	0,046	28	0,007
20	0,034	29	0,006
21	0,027		

1. táblázat

A mérés kiértékelése. 1. Elméleti megfontolások. A vizsgálatnál a következő egyszerű modellt használjuk: a rúdmágnes m dipólusnyomatéka két, egymástól $2d$ távolságra levő p póluserősségű hipotetikus „mágneses pólusból” áll, ebből $m = 2pd$. A Coulomb-törvény mintájára a két mágneses pólus között ható erő

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{p_1 p_2}{r^2}$$

alakban adható meg.

Az erő számítását két egyforma mágnes esetére végeztem el, ha a középpontjuk r távolságra helyezkedik el egymástól (*2. ábra*).

2. ábra

Az egymást vonzó pólusok egymástól $r-2d$ és $r+2d$, az egymást vonzóak r távolságra helyezkednek el. Ebből adódóan az eredő vonzóerő:

$$F=\frac{\mu_0}{4\pi}p^2\left(\frac{1}{(r+2d)^2}+\frac{1}{(r-2d)^2}-\frac{2}{r^2}\right)=\frac{\mu_0 p^2}{4\pi}\cdot\frac{24d^2r^2-32d^4}{r^2\left(r^2-4d^2\right)^2}=$$

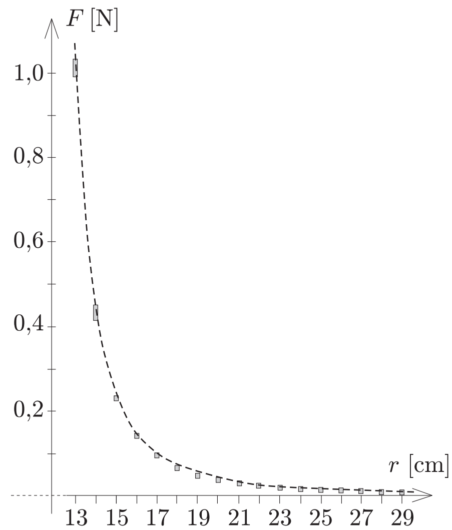
$$=\frac{\mu_0 m}{4\pi}\cdot\frac{6r^2-8d^2}{r^2\left(r^2-4d^2\right)^2}.$$

A vonzóerő kifejezésében d-hez képest nagy r távolságban d elhanyagolható, így adódik, hogy

$$F\sim\frac{1}{r^4}.$$

Mérésünkben azonban d összemérhető r-rel, így a kifejezés ezen tagjai *nem* hanyagolhatók el.

2. Görbe illesztése a mérési adatokhoz. A mérési adatokat a *Graph program* segítségével ábrázoltam, majd megpróbáltam a fenti összefüggés szerint görbét illeszteni rá (*3. ábra*).



3. ábra

Ez nem sikerült a programnak, így további mérésekkel határoztam meg d értékét. Egy kisméretű mágnesdarabkát helyeztem a rúdmágnes közelébe egy cérnaszálra erősítve. A mágnes a (környezetéhez képest) legerősebb vonzóerő irányába áll be, ilyen helyet kettőt is találtam: a mágnes közepétől $(5{,}5\pm0{,}2)$ cm távolságban. Ezeket tekinthetjük a mágnes pólusainak, így $d=(5{,}5\pm0{,}2)$ cm. Ezt az adatot beírva az $F(r)$ függvény paraméteres kifejezésébe, a görbe illesztése megoldhatóvá vált. A görbe szinte pontosan illeszkedik a mérési pontokra, és az ismeretlen paraméterre

$$\frac{\mu_0 m^2}{4\pi}=5{,}088\cdot10^{-6}\ \mathrm{VAsm^3},$$

ebből a rúdmágnesek mágneses nyomatékára $m=7{,}13\ \mathrm{Am^2}$ adódott.

Hibaszámítás. A távolságmérés hibája kb. 0,1 cm, ez megjelenik a grafikonon. Az erőmérés hibája a kétkarú mérleg és a rugós erőmérő leolvasási pontatlanságából eredhet. Az előbbi hibaforrás elhanyagolható, a mérleg igen pontos. Az erőmérő rögzítéséhez a fából készült mérlegkarba egy kisméretű szöget vertem be; a mérés elvégzése után az eszközök eltávolítása után a kezdetben kiegyensúlyozott mérleg – minden bizonnyal a szög hatására – kibillent, ez a szög kihúzása után megszűnt. Az erőmérő leolvasási pontossága a 2,5 N-os erőmérő esetén kb. 0,02 N, a 0,25 N-os esetén 0,002 N. Ezt a hibát is jelöltem a grafikonon. A görbe a megjelölt mérési adatpontokra szinte teljes pontossággal illeszkedik, ez a d távolság 0,2 cm-nek becsült hibáját csökkenti. m relatív hibája kb. 0,5%, abszolút hibája kb. 0,03 $\mathrm{Am^2}$.