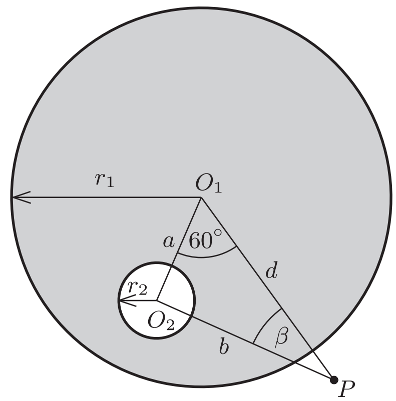
Megoldás. A P pontban levő meteorit és a bolygó O_1 középpontjának d távolsága éppen kétszerese az üreg O_2 középpontja és az O_1 pont a távolságnak, az *1. ábrán* látható O_1O_2P háromszög (a megadott adatok esetén) derékszögű, és az egyik szöge $\beta = 30°$.



1. ábra

Ha a képzeletbeli bolygó üregét is $\varrho = 5000\ \mathrm{kg/m^3}$ sűrűségű anyag töltené ki, a bolygó tömege

$$m_1 = \frac{4\pi}{3} r_1^3 \varrho = 2{,}62 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

lenne. Egy ekkora tömegű bolygó a tőle d távolságra levő m tömegű meteoritra

$$F_1 = \gamma \frac{m_1}{d^2} \cdot m = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot \frac{2{,}62 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{(6 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^2} \cdot m = 4{,}85\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot m$$

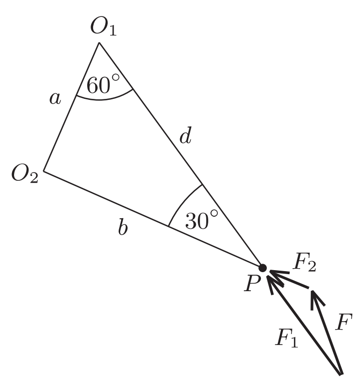
nagyságú, $\overrightarrow{PO_1}$ irányú gravitációs vonzóerőt fejtene ki.

Ez az $\boldsymbol{F}_1$ erő az üreges bolygó által kifejtett $\boldsymbol{F}$ erő és az üreget kitöltő anyagmennyiség által létrehozott $\boldsymbol{F}_2$ erő vektori összege (*2. ábra*):

$$\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_2,$$

vagyis a keresett gyorsulás (a meteorit 1 kg-nyi anyagára ható gravitációs erő):

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 - \boldsymbol{F}_2.$$



2. ábra

Megjegyzés. A fenti egyenlet úgy is értelmezhető, hogy az üreges bolygó gravitációs tere a tömör bolygó gravitációs vonzóerejének és az üreg (anyaghiány) $-\boldsymbol{F}_2$ (*taszító!*) gravitációs erejének vektori összege.

Az üreg kitöltéséhez szükséges anyag tömege:

$$m_2 = \frac{4\pi}{3} r_2^3 \varrho = 2{,}09 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg},$$

ez a középpontjától $b = \sqrt{d^2 - a^2} = 5{,}2 \cdot 10^6$ m távolságra levő P pontban található m tömegű meteoritra

$$F_2 = \gamma \frac{m_2}{b^2} \cdot m = 0{,}06\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot m$$

nagyságú, $\overrightarrow{PO_2}$ irányú gravitációs vonzóerőt fejtene ki (*2. ábra*).

$\boldsymbol{F}_1$ és $\boldsymbol{F}_2$ különbségének nagysága a koszinusz-tétel segítségével számítható:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_1^2 - 2F_1 F_1 \cos 30^\circ} = 4{,}80\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot m.$$

A keresett gyorsulás nagysága tehát

$$g = \frac{F}{m} = 4{,}80\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},$$

iránya pedig – mint az a (nem méretarányos!) *2. ábrán* is látható – nem a bolygó geometriai középpontjába mutat, attól kicsit eltér az üreggel ellentétes oldal felé.