Megoldás. *a*) A kötelek szabályos háromszöget alkotnak, ezért egymással 60°-os, a függőlegessel 30°-os szöget zárnak be (*1. ábra*). Az

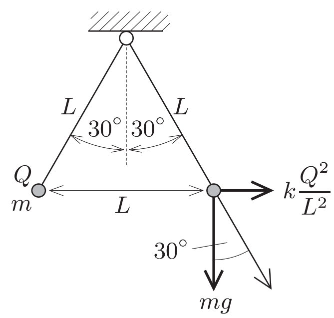
$$F = k\frac{Q^2}{L^2}$$

nagyságú Coulomb-erő és az mg nagyságú nehézségi erő eredője is 30°-os szöget zár be a függőlegessel, tehát fennáll

$$\frac{k\frac{Q^2}{L^2}}{mg} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\,.$$

Innen a keresett tömeg:

(1)
$$m = \sqrt{3}\frac{kQ^2}{gL^2}\,.$$



1. ábra

b) Vizsgáljuk az egész rendszer, illetve külön-külön az egyes golyók egyensúlyát! Célszerű az egyensúly feltételét a felfüggesztési pontra vonatkoztatott forgatónyomatékok segítségével megfogalmazni, mert így sem a fonálerőkkel, sem a felfüggesztésnél ható erővel nem kell törődnünk, ezek forgatónyomatéka nyilván nulla.

A nehézségi erők forgatónyomatéka egész rendszerre nulla, tehát (a *2. ábra* jelöléseivel) $y \cdot mg = x \cdot 3mg$, azaz $y = L\cos\alpha = 3x = 3L\cos\beta$, vagyis

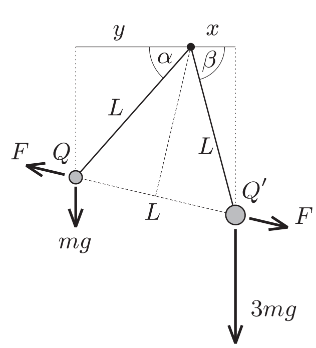
(2)
$$\cos(120^\circ - \beta) = 3\cos\beta.$$

(Kihasználtuk, hogy az elfordult háromszög is egyenlőoldalú, emiatt $\alpha + \beta = 60^\circ$.) Trigonometrikus átalakítások után (2)-ből kapjuk, hogy

$$\cos 120^\circ \cdot \cos\beta + \sin 120^\circ \cdot \sin\beta = 3\cos\beta,$$

$$-\frac{1}{2}\cos\beta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\beta = 3\cos\beta,$$

(3)
$$\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{\sqrt{3}}, \qquad \text{azaz} \qquad \beta \approx 76{,}1^\circ.$$



2. ábra

Írjuk most fel a jobb oldali test egyensúlyának feltételét a forgatónyomatékokkal megfogalmazva! Az

$$F = k\frac{QQ'}{L^2}$$

nagyságú Coulomb-erő erőkarja $L\cos 30^\circ = L\sqrt{3}/2$, így

$$x \cdot 3mg = \frac{L\sqrt{3}}{2} \cdot k\frac{QQ'}{L^2}\,.$$

Innen az m tömeg (1)-ben megadott értékét behelyettesítve, továbbá kihasználva, hogy

$$x = L\cos\beta = L\,\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta}} = L\sqrt{\frac{3}{52}}\,,$$

az egyensúly feltétele:

$$L\sqrt{\frac{3}{52}} \cdot 3g \cdot \sqrt{3}\frac{kQ^2}{gL^2} = \frac{L\sqrt{3}}{2} \cdot k\frac{QQ'}{L^2}\,,$$

ahonnan a kérdezett töltés:

$$Q' = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{13}}\,Q \approx 1{,}44\,Q.$$