

Megoldás. a) A teljes áramkörre vonatkozó Ohm-törvény:

$$U_0 = A + \frac{B}{I} + IR,$$

vagyis

$$RI^2 - (U_0 - A)I + B = 0.$$

Ennek a másodfokú egyenletnek akkor van megoldása, ha a diszkrimináns nem negatív:

$$(U_0 - A)^2 - 4RB \geq 0,$$

azaz

$$R \leq R_{\max} = \frac{(U_0 - A)^2}{4B} = 61,25 \Omega.$$

b) Tegyük fel, hogy $R < R_{\max}$, és oldjuk meg az áramerősségre vonatkozó egyenletet!

$$I_{1,2} = \frac{(U_0 - A) \pm \sqrt{(U_0 - A)^2 - 4BR}}{2R}.$$

A megadott szám adatok esetén a gyökök:

$$I_1 = 0,4 \text{ A} \quad \text{és} \quad I_2 = 1,0 \text{ A}.$$

A két megoldás közül csak az egyik, az 1 A-es áramerősség stabil, a 0,4 A pedig instabil. Ezt a következőképpen láthatjuk be.

Tételezzük fel, hogy kezdetben $I = 1$ A-es áram folyik, ekkor éppen akkora a szénrudak közötti feszültség és az ellenálláson eső feszültség összege, mint a telepfeszültség. Ha most valamilyen ok miatt egy kicsit megnő az áramerősség, akkor a szénrudak közötti feszültség az adott áramerősséghez tartozó ívfeszültségnél kisebbé válik, és ez az áramerősség csökkenését eredményezi. Ha az áramerősség valamiért egy kicsit 1 A alá csökken, a szénrudakra jutó feszültség nagyobb lesz, mint amennyi az adott áramhoz szükséges lenne, ez az áram növekedését eredményezi.

A másodfokú egyenlet másik gyökénél, $I = 0,4$ A-nél éppen fordított a helyzet. Ha az áram valamilyen ok miatt egy kicsit lecsökken, az a szénrudak közötti feszültséget úgy változtatja meg, hogy az áram tovább csökken, egészen addig, amíg meg nem szűnik az ívkisülés. Ha viszont az áram egy kicsit meghaladja a 0,4 A-t, az további áram-növekedést indít el, s az áram hirtelen megnő, egészen az 1 A-es stabil értékig.

Megjegyzés. Általánosan belátható, hogy az áramvezetés stabilitását az áramkörben levő elemek feszültség-áram karakterisztikáját meghatározó $U(I)$ deriváltjának előjele dönti el. Ha az U' mennyiség negatív, akkor az áram instabil, ha pozitív, akkor stabil. Jelen esetben

$$U(I) = IR + A + \frac{B}{I},$$

tehát

$$U' = \frac{dU}{dI} = R - \frac{B}{I^2},$$

ami $I_1 = 0,4$ A-nél $-75 \Omega < 0$, ez tehát az instabil állapot, $I_2 = 1$ A-nél viszont a derivált értéke $30 \Omega > 0$, tehát ez felel meg a stabil áramerősségnek.