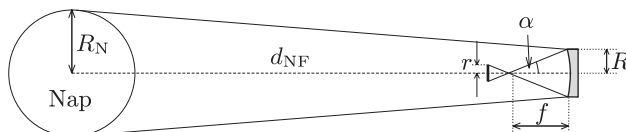


**Megoldás.** A Nap képe nem tekinthető pontszerűnek, hanem véges mérete van, és ez a véges felületi teljesítménysűrűség korlátozza a napkőhőben elérhető hőmérsékletet. A felmelegedő test maga is sugároz, és hőmérséklete addig növekszik, amíg a test által elnyelt sugárzás teljesítménye egyenlő nem lesz ugyanezen test által kisugárzott teljesítménnyel.

Mivel gömbtükrőről van szó, a tükörrre eső közel párhuzamos fénysugarak akkor jutnak el jó közelítéssel a fókuszpontba, ha a visszavert sugaraknak az optikai tengellyel bezárt  $\alpha = R/f$  szöge kisebb, mint kb.  $5^\circ$  (lásd az 1. ábrát). Ekkor a  $R$  sugarú és  $2f$  görbületi sugarú gömbtükör homloklapfelülete  $A = R^2\pi = f^2\pi \cdot \alpha^2$ , (ahol  $\alpha$  radiánban értendő), és az ide fókuszált összteljesítmény:

$$P = S \cdot A = S \cdot f^2\pi \cdot \alpha^2.$$

Itt  $S$  az egységnyi felületre jutó napsugárzási teljesítmény, az ún. *napállandó*, számértéke a légkörön kívül  $1400 \text{ W/m}^2$ , a Föld felszínén – a légkör állapotától függően – ennél természetesen kisebb.



1. ábra

Igaz továbbá, hogy a Nap és a Föld  $d_{NF}$  távolsága sokkal nagyobb, mint a tükör  $f$  fókusztávolsága, így az

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

leképezési törvényből számolható képtávolság

$$k = \frac{t \cdot f}{t - f} = \frac{d_{NF} \cdot f}{d_{NF} - f} \approx f.$$

A valóságban  $R_N$  sugarú (szerencsésebb szóhasználat: rádiuszú) Nap képének sugara (mint az a tükör középpontjáról visszaverődő sugarak menetéből könnyen leolvasható)

$$r = f \cdot \frac{R_N}{d_{NF}},$$

a kép területe tehát

$$A_{\text{kép}} = f^2\pi \frac{R_N^2}{d_{NF}^2}.$$

Feltesszük, hogy a tükör fókuszpontjához helyezett tárgy egy  $r$  sugarú gömb. Ha ennél nagyobb méretű a melegített test, akkor az nagyobb felületen fog sugározni, a hőmérséklete tehát kisebb lesz, mint az  $r$  sugarú gömbé. Ha viszont a Nap képénél is kisebbre választjuk a melegített test méretét, akkor a kisugárzott teljesítmény is és az elnyelt teljesítmény is ugyanolyan arányban lecsökken, a test felmelegedését ez nem befolyásolja.

A test  $T$  hőmérsékleten a *Stefan–Boltzmann-törvény* szerint

$$P_{\text{e}} = \sigma \cdot 4\pi r^2 \cdot T^4$$

teljesítménnyel sugároz. Állandósult hőmérséklet esetén ez a teljesítmény meg kell egyezzen a tükörrre eső, majd onnan a testre verődő és a test által felvett teljesítménnyel:

$$P_{\text{fel}} = S \cdot 4f^2\pi \cdot \sin^2 \alpha,$$

vagyis ( $A_{\text{kép}}$  korábban kiszámított alakjának felhasználásával)

$$\sigma f^2\pi \frac{R_N^2}{d_{NF}^2} T^4 = S \cdot 4f^2\pi \cdot \alpha^2.$$

Innen a test hőmérséklete ismert adatokkal kifejezhető:

$$(1) \quad T = \sqrt[4]{\frac{S \alpha^2 d_{NF}^2}{4\sigma R_N^2}} \approx 1300 \text{ K}.$$

(A test által felvett teljesítmény számításánál a környezet hőmérsékleti sugárzását nem vettük figyelembe, mert az a fókuszált napfény teljesítménye mellett elhanyagolhatóan kicsi. A melegített testet *abszolút feketének* tekintettük, de

a megfontolásunk akkor is érvényes marad, ha a test a rá eső sugárzásnak csak bizonyos hányadát nyeli el, mert akkor ugyanilyen arányban a sugárzása is gyengébb lesz.)

Áttekinthetőbb formulát kapunk, ha az  $S$  napállandót – ugyancsak a Stefan–Boltzmann-törvény felhasználásával – kifejezzük a (fekete testnek tekinthető) Nap hőmérsékletével és a látószögével. Mivel a Nap sugárzó felülete  $4R_N^2\pi$ , és a sugárzása a Föld távolságában  $4d_{NF}^2\pi$  nagyságú gömbfelületen oszlik szét, fennáll

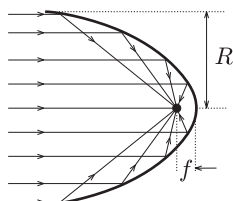
$$S = \sigma T_{\text{Nap}}^4 \frac{4R_N^2\pi}{4d_{NF}^2\pi}.$$

Ezt a melegített test hőmérsékletét megadó képletbe írva:

$$(2) \quad T = T_{\text{Nap}} \sqrt{\frac{\alpha}{2}} = T_{\text{Nap}} \sqrt{\frac{R}{2f}}.$$

Látható, hogy a napkohóban melegített test hőmérséklete nem lehet nagyobb, mint a Nap felszíni hőmérséklete (kb. 6000 K), hanem annál – a tükör fényerejére jellemző  $R/f$  aránytól függő mértékben – biztosan kisebb.

*Megjegyzés.* A (2) formulában a négyzetgyök alatt az  $\frac{R}{2f}$  arányszám áll. Ez a gömbtükrőknél természetesen 1-nél kisebb kell legyen, ellenkező esetben a tükör „nem fókuszálna” megfelelően. Feltehetjük azonban a kérdést: mi történik akkor, ha gömbtükör helyett parabolatükört alkalmazunk, melynek a Nap által megvilágított keresztmetszete (homlokfelülete)  $f^2$ -hez viszonyítva (elvben) tetszőlegesen nagy lehet (2. ábra). Vajon egy ilyen elrendezéssel létre lehetne hozni a Nap felszínénél magasabb hőmérsékletet?



2. ábra

A melegítendő testre érkező és a test által kisugárzott teljesítmények összevetéséből megállapíthatjuk, hogy a melegített test hőmérséklete a Nap hőmérsékleténél annyiszor kisebb, amennyi a test helyéről nézve a tükör térszögének és a teljes  $4\pi$  térszöghöz viszonyított arányának negyedik gyöke. Ez az arány természetesen 1-nél mindig kisebb, tehát – optikai eszközökkel – nem hozhatunk létre a Nap kb. 6000 K-es felszíni hőmérsékleténél magasabb hőmérsékletet a Földön. Ezen elvi korlát hátterében a termodinamika II. főtétele áll, nevezetesen az az észrevétel, hogy ha a tükör fókuszába helyezett test melegebb lenne, mint a Nap felszíne, akkor nem a Nap melegítené a testet, hanem a test a Napot! (A helyzet bonyolultabb ennél, mert a Nap + tükör + test rendszer *nem zárt*, nemcsak egymással, hanem a világűrrel is termikus kapcsolatban állnak, de a részletes számítás végkövetkeztetése is ugyanaz, mint az egyszerű megfontolásé.)