

**I. megoldás.** Az autóra – a kerekek közvetítésével – a talaj által kifejtett  $F$  súrlódási erő hat. Ha a  $v_1 = 50$  km/h kezdősebességű autó  $s$  úton áll meg, a munkatétel szerint fennáll

$$(1) \quad Fs = \frac{1}{2}mv_1^2.$$

A második esetben, amikor az autó kezdősebessége  $v_2 = 70$  km/h, a kerekeknél ható erő is és a gyerekeig megtett út is ugyanakkora, mint az első esetben, tehát a végzett munka nagysága a korábbi  $Fs$ -sel egyezik meg. Ez a munka azonban nem nullára, hanem csak valamekkora  $v_0 > 0$ -ra csökkenti az autó mozgási energiáját, s a munkatétel értelmében

$$(2) \quad Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2.$$

A fenti két egyenlet összevetéséből

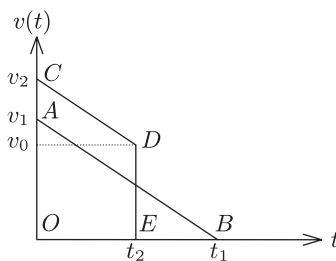
$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2,$$

azaz

$$(3) \quad v_0 = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} = \sqrt{70^2 - 50^2} \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 49 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**II. megoldás.** Vizsgáljuk a kérdést a mozgások sebesség-idő grafikonjai segítségével! Az első esetben az autó sebessége a kezdeti  $v_1$  értékről egyenletesen csökkenve valamekkora  $t_1$  idő múlva nullává válik, vagyis az autó megáll. Az autó által megtett út a  $v(t)$  függvény görbéje alatti terület, jelen esetben az  $OAB$  háromszög területe:

$$(4) \quad T = \frac{v_1 t_1}{2}.$$



A második esetben a sebesség  $v_2$  értékről indul, s ugyanolyan ütemben csökken (hiszen az autó lassulása ugyanakkora, mint az első esetben). Az autó valamekkora  $t_2$  idő alatt éri el a gyereket, ahol a sebessége  $v_0$  lesz, és ezalatt az  $OCDE$  trapéz területének megfelelő utat teszi meg. Ez az út ugyanakkora, mint az első esetben:

$$(5) \quad T = \frac{v_2 + v_0}{2} t_2.$$

Az  $AB$  és  $CD$  egyenesek párhuzamosak, így

$$(6) \quad \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2 - v_0}{t_2}.$$

A (4) és (5) egyenlet jobb oldalainak egyenlőségéből

$$\frac{v_1 t_1}{2} = \frac{v_2 + v_0}{2} t_2,$$

majd (6) felhasználásából

$$\frac{v_1 t_1}{2} = \frac{v_2 + v_0}{2} \cdot \frac{v_2 - v_0}{v_1} t_2, \quad \text{azaz} \quad v_1^2 = v_2^2 - v_0^2$$

adódik, ahonnan  $v_0 = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} = 49 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

*Megjegyzések.* 1. Első pillanatra meglepőnek tűnhet, hogy a kezdősebesség 20 km/h-s növekedése a végsebességet majdnem 50 km/h-val növeli meg. A megoldás számítási menetéből látható, hogy nem a sebességek, hanem a sebesség-négyzetek (mozgási energiák) adódnak össze. Az ember érzékszervei sokkal inkább a sebességkülönbségeket „érik”, mint a sebességek négyzetének különbségét (gondoljunk csak egy autópályán mellettünk elsuhanó másik autó látványára, vagy hangjára), s ez a „szervi hiányosságunk” – sajnos – tragikus baleseteket eredményezhet.

2. A kerék és a talaj között fellépő tapadó súrlódási erő természetesen nem végez munkát, hiszen a kerékgumi és a talaj között nincs elmozdulás. A gépkocsi mozgási energiáját a fékeknél fellépő csúszó súrlódás csökkenti, ennek hatása azonban úgy számolható, mintha a gépkocsira egy külső erő hatna, s ennek (negatív) munkája csökkentené a mozgási energiát.