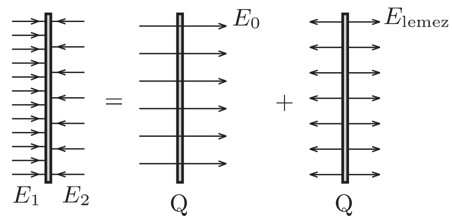
I. megoldás. *a*) Jelöljük a lemez behelyezése előtt mérhető (külső) elektromos térerősséget E_0-lal, a lemez saját (tehát a rajta levő töltésektől származó) elektromos térerősségét pedig E_{lemez}-zel! (E_0-t a jobbra mutató irányban, E_{lemez}-t pedig a lemeztől távolodva tekintjük pozitívnak.) A Q össztöltésű fémlemez saját tere a lemez közelében E_0-hoz hasonlóan ugyancsak homogénnek tekinthető.



1. ábra

A lemez bal és jobb oldalán észlelhető elektromos térerősségek a külső tér és a saját tér szuperpozíciójaként állnak elő (*1. ábra*):

$$E_1 = E_0 - E_{\text{lemez}}, \qquad E_2 = -E_0 - E_{\text{lemez}}.$$

Innen

$$E_0 = \frac{E_1 - E_2}{2} = 1{,}25 \cdot 10^5\ \frac{\text{V}}{\text{m}},$$

illetve

$$E_{\text{lemez}} = -\frac{E_1 + E_2}{2} = -4{,}35 \cdot 10^5\ \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

(A lemez saját terének negatív előjele azt mutatja, hogy a lemez töltése ténylegesen *negatív.*) A lemez saját tere nyilván nem fejt ki erőt a lemezre, a külső homogén tér által kifejtett erő nagysága pedig

$$F = |Q| E_0.$$

Innen a (negatív töltésű) lemez töltése:

$$Q = -\frac{F}{E_0} = -6{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}.$$

b) A lemez töltése és a saját terének nagysága közötti kapcsolatot a Gauss-törvény adja meg. Ha a lemez egy-egy oldalának területe A, akkor a teljes $2A$ felületen áthaladó elektromos fluxus $2AE_{\text{lemez}}$, és ez a mennyiség Gauss törvénye szerint a lemez töltésével arányos:

$$2A \cdot E_{\text{lemez}} = Q \cdot \frac{1}{\varepsilon_0},$$

ahonnan

$$A = \frac{Q}{2\varepsilon_0 |E_{\text{lemez}}|} = 0{,}083\ \text{m}^2 = 830\ \text{cm}^2.$$

II. megoldás. A feladatot a *virtuális munka elvének* alkalmazásával is megoldhatjuk. Mozdítsuk el a lemezt gondolatban (virtuálisan) lassan egy kicsiny Δx távolsággal, mondjuk jobbra (*2. ábra*). Ekkor az általunk kifejtett erőnek (a lemezre ható elektrosztatikus erő ellenerejének) munkája

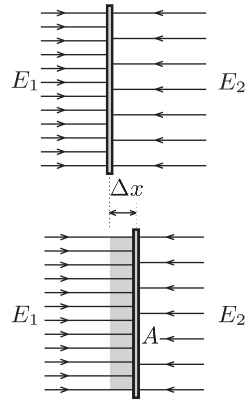
$$\Delta W = F \Delta x.$$

Ez a munka a rendszer elektrosztatikus energiáját növeli. Az elmozdulás hatására egy kicsiny, $A \cdot \Delta x$ térfogatú (az ábrán sötétebben jelölt) sávban a térerősség E_2-ről E_1-re nő, megnő tehát az elektrosztatikus mező energiasűrűsége (az egységnyi térfogatra jutó energia). Az energianövekedés

$$\Delta W = \left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 E_1^2 - \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_1^2 \right) A \Delta x.$$

A fenti két egyenlet összevetéséből

$$A = \frac{2F}{\varepsilon_0 \left(E_1^2 - E_1^2 \right)} = 0{,}083\ \text{m}^2.$$



2. ábra

A lemez össztöltése a Gauss-törvényből határozható meg. A fémlemezbe összesen $AE_1 + AE_2$ elektromos fluxus lép be, a lemez (negatív) töltésének nagysága tehát

$$|Q| = -Q = \varepsilon_0 A\,(E_1 + E_2) = 6{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}.$$