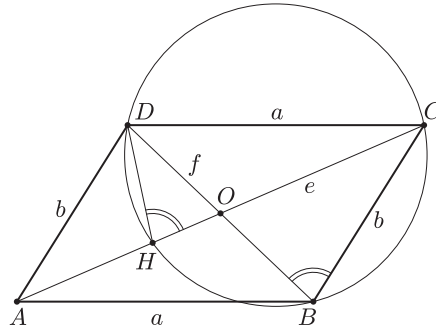


Megoldás. Az *ábra* jelöléseit használva az AC átló A -hoz közelebbi harmadolópontja legyen H , a paralelogramma oldalai a és b , átlói e és f .



Alkalmazzuk az ismert azonosságot, mely szerint a paralelogrammában az oldalak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével:

$$2a^2 + 2b^2 = e^2 + f^2.$$

A feladat feltétele pedig: $2f^2 = a^2 + b^2$, azaz $4f^2 = 2a^2 + 2b^2$. Ezt behelyettesítve az előző egyenletbe: $4f^2 = e^2 + f^2$, vagyis $3f^2 = e^2$. Alakítsuk át ezt az összefüggést:

$$\frac{f^2}{4} = \frac{e^2}{12} \Rightarrow \frac{\frac{f}{2}}{\frac{e}{6}} = \frac{\frac{e}{2}}{\frac{f}{2}}.$$

Mivel $\frac{f}{2} = OD$, $\frac{e}{2} = OA$ és $\frac{e}{6} = OH$, azért

$$\frac{OD}{OH} = \frac{OA}{OD}.$$

Látható, hogy $\angle DOH = \angle DOA$, ezért $\triangle ODH \sim \triangle OAD$, mert két oldaluk aránya és a közbezárt szög megegyezik. Ebből következik, hogy harmadik szögük is megegyezik: $\angle ADO = \angle DHO$.

Nyilván $\angle ADO = \angle DBC$, így $\angle DHO = \angle DBC$. Tehát a DC oldal a H és B pontokból ugyanakkora szög alatt látszik, így a H pontnak rajta kell lennie a DBC köré írt körén. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.