

I. megoldás. Hozzuk létre az összes lehetséges párosítást az osztály diákjai között.

30 diák közül kettőt

$$\frac{30 \cdot 29}{2} = 435$$

féle módon tudunk kiválasztani. Az összes lehetséges párost írjuk fel egy sorba. Az egyes kirándulások alkalmával kialakuló párosokat mindig húzzuk ki ebből a felsorolásból. Az 1-1 alkalommal kihúzandó párosok száma: $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$. Ha feltesszük, hogy legfeljebb egyszer kirándult együtt bármely két gyerek, akkor minden újabb kirándulás után újabb 28 párost kell kihúzni.

Mivel 16 alkalommal kirándultak, $16 \cdot 28 = 448$ párost kellene kihúzni a 435 párból. Ez lehetetlen, vagyis a feltevésünk ellentmondásra vezetett. Tehát volt két olyan diák, akik legalább kétszer kirándultak együtt.

II. megoldás. Mivel 16 kirándulás volt, kirándulásonként 8-8 hellyel, összesen $16 \cdot 8 = 128$ hely volt. Ha minden gyerek legfeljebb 4 kiránduláson vett volna részt, akkor a 30 fős osztály tanulói összesen legfeljebb csak 120 helyet foglaltak volna el a 128-ból. Ezért volt legalább egy olyan diák, aki legalább 5 kiránduláson vett rész. Legyen ez a diák A .

Mivel A legalább 5 kiránduláson vett részt, azért legalább $5 \cdot 7 = 35$ diákkal utazott együtt (ahol a 35 diák között még lehet ismétlődés). Azonban az osztály 30 fős, így volt legalább egy olyan diák, akivel kétszer utazott együtt.