

Megoldás. Ha $n = 1$, akkor éppen a kétjegyű négyzetszámokról van szó, ezek: 16, 25, 36, 49, 64, 81. A továbbiakban feltesszük, hogy $n \geq 2$. Négyzetszámot 4-gyel maradékosan osztva a maradék 0 vagy 1 lehet (azaz nem lehet sem 2, sem pedig 3). A 4-gyel való osztási maradék egyenlő a (10-es számrendszerben felírt) szám utolsó két jegye által alkotott szám 4-es maradékával. Négyzetszám csak 0-ra, 1-re, 4-re, 5-re, 6-ra vagy 9-re végződhet, ezek közül kerülhetnek csak ki b lehetséges értékei. Ha b értéke 1, 5 vagy 9, akkor a szám 4-gyel való osztási maradéka megegyezik 11, 55, illetve 99 maradékával, ami 3, míg $b = 6$ esetén a 4-es maradék 66 maradéka, azaz 2; ez azt mutatja, hogy b csak 0 vagy 4 lehet. Ha $b = 4$, akkor n legfeljebb 3 lehet: mivel 10000 osztható 16-tal, egy természetes szám 16-tal való osztási maradéka ugyanaz, mint az utolsó négy jegyéből alkotott számé. Ha az utolsó négy számjegy mindegyike 4, akkor a maradék 12, ezért a szám osztható 4-gyel, de nem osztható 8-cal, a negyedrésze pedig – ami szintén négyzetszám – 4-gyel osztva $12/4 = 3$ -at ad maradékul, ami lehetetlen. Az $n = 2$, $b = 4$ esetre a 9-féle értékét kipróbálva egyedül $7744 = 88^2$ megfelelő, az $n = 3$, $b = 4$ esetre pedig nem kapunk megoldást. Végül tegyük fel, hogy $b = 0$. Ekkor nyilván $a \neq 0$, így a négyzetszámunk 10-nek pontosan az n -edik hatványával osztható; ezért az n szükségképpen páros. A négyzetszámunk 10^n -ed része (ami ekkor szintén négyzetszám) $\underbrace{aaa \dots a}_{n \text{ db}}$, és ennek 4-es, illetve 16-os maradékát vizsgálva a korábban

látottak szerint, és az $n \geq 2$ párosságát is figyelembe véve kapjuk, hogy $a = 4$ és $n = 2$; ezzel azonban

$\underbrace{aaa \dots a}_{n \text{ db}} = 44$, ami nem négyzetszám. Több megoldás tehát nem lévén, a megfelelő négyzetszámok: 16, 25, 36, 49, 64, 81, 7744.