

**I. megoldás.** Helyezzük a sakktáblát koordináta-rendszerbe úgy, hogy a mezők a rácspontok legyenek, a bal alsó mező koordinátái pedig legyenek  $(1; 1)$ . Így a gyalogok koordinátái a bal oldali helyzetben:

$$(1; 1), (1; 2), (1; 3), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (3; 1), (3; 2), (3; 3),$$

a jobb oldaliban:

$$(6; 6), (6; 7), (6; 8), (7; 6), (7; 7), (7; 8), (8; 6), (8; 7), (8; 8).$$

Úgy tudunk lépni a gyalogokkal, hogy egy gyalogot jelentő rácspontot tükrözzünk egy olyan rácspontra, ahol szintén áll gyalog.

Legyenek az  $(n; k)$  koordinátájú gyalog koordinátái az  $(m; \ell)$  koordinátájú gyalogot átugorva  $(n'; k')$ . Ezt középpontos tükrözéssel kaptuk, tehát igaz az, hogy

$$\frac{n + n'}{2} = m.$$

Tudjuk, hogy  $m \in \mathbb{Z}$ , hiszen az  $(m; \ell)$  koordinátájú pont rácspont, ezért  $\frac{n + n'}{2}$ -nek is egésznek kell lennie. Ez csak úgy lehet, ha  $n$  és  $n'$  paritása megegyezik. Ez hasonlóan igaz a második koordinátákra is, vagyis  $k$  és  $k'$  paritása is azonos. Ez azt jelenti, hogy a gyalogok koordinátái a lépések során nem váltanak paritást.

Megfigyelhetjük, hogy a bal oldalon 4 olyan gyalog van, amelynek mindkét koordinátája páratlan; viszont a jobb oldalon csak 1 ilyen gyalog található. Így nem juthatunk el a bal oldalon látható helyzetből a jobb oldalon látható helyzetbe.

**II. megoldás.** Színezzünk be minden páratlanadik sort pirosra, a többit pedig kékre. Ekkor a bal oldalon 6 bábu kék, 3 pedig piros mezőn áll. Mivel a bábuk csak egy másik bábura tükrözve haladhatnak, azért ha egy bábu piros mezőről indul, akkor pirosra is érkezik; illetve ha kék mezőről indul, akkor pedig kékre érkezik.

Azonban a jobb ábrán 3 bábu áll kék mezőn és 6 pirosan, tehát nem lehet átjuttatni ebbe a helyzetbe a gyalogokat.