Megoldás. Az elektromos mező gömbszimmetrikus Coulomb-mező lesz, melynek erősségét a középponttól r távolságban – Gauss törvénye szerint – az r sugarú gömb belsejében található $\sum q$ össztöltés határozza meg:

$$E(r) = k\frac{\sum q}{r^2}\,.$$

Ugyanilyen elektromos mező alakul ki egy gömbkondenzátor belsejében is, ha a kondenzátort $\pm\sum q$ töltéssel látjuk el.

Ismeretes, hogy az R_1 és R_2 ($R_1 < R_2$) sugarú gömbhéjakkal határolt gömbkondenzátor kapacitása:

$$C_{R_1,R_2} = 4\pi\varepsilon_0\,\frac{R_2R_1}{R_2-R_1}\,,$$

amely összefüggést

$$\frac{1}{C_{R_1,R_2}} = k\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \tag{1}$$

alakban is felírhatunk.

Ismert méretű és ismert töltésű gömbkondenzátorok fegyverzetei közötti feszültség (potenciálkülönbség) könnyen kiszámítható, s a feszültségek összegzésével maga a potenciál is meghatározható.

Az R sugarú gömbön belül nincs töltés, a térerősség tehát ebben a térrészben mindenhol nulla. Emiatt a középpont és a belső gömbhéj között nincs feszültség, a belső gömb potenciálja tehát

$$U(R) = 0.$$

Az R és $2R$ sugarú gömbhéjaknak megfelelő kondenzátor kapacitása (1) alapján:

$$C_{R,2R} = \frac{2R}{k}\,.$$

Egy ilyen kapacitású, Q töltésű kondenzátor feszültsége

$$U_{R,2R} = \frac{Q}{C_{R,2R}} = k\frac{Q}{2R}\,,$$

ez a megadott számadatokkal $9\cdot 10^4$ V, azaz 90 kV. Mivel az elektromos térerősség „kifelé" mutat, a külső gömbhéj potenciálja *kisebb,* mint a belsőé:

$$U(2R) = U(R) - U_{R,2R} = 0 - k\frac{Q}{2R} = -90\ \text{kV}.$$

A kapacitás és a töltés ismeretében a vizsgált térrészben tárolt elektrosztatikus energia is kiszámítható. Az általános képlet:

$$W = \frac{\left(\sum q\right)^2}{2C}\,,$$

jelen esetben

$$W_{R,2R} = \frac{Q^2}{2C_{R,2R}} = k\,\frac{Q^2}{4R} = 0{,}09\ \text{J}.$$

Hasonló módon adódik, hogy

$$C_{2R,3R} = \frac{6R}{k}\,,$$

és mivel a $2R < r < 3R$ térrészben az elektromos mező $\sum q = Q + 2Q = 3Q$ össztöltés Coulomb-terével egyezik meg, a feszültség

$$U_{2R,3R} = \frac{3Q}{C_{2R,3R}} = k\frac{Q}{2R} = 90\ \text{kV}.$$

Ebben a térrészben is kifelé csökken a potenciál, így

$$U(3R) = U(2R) - U_{2R,3R} = -180\ \text{kV}.$$

Az elektrosztatikus energia ebben a térrészben:

$$W_{2R,3R} = \frac{(3Q)^2}{2C_{2R,3R}} = k\,\frac{3Q^2}{4R} = 0{,}27\ \text{J}.$$

A középponttól $r = 4R$ távolságban az elektrosztatikus potenciál egy $3R$ és $4R$ sugarú gömbhéjakkal jellemzett

$$C_{3R,4R} = \frac{12\,R}{k}$$

kapacitású és

$$\sum q = Q + 2Q + 3Q = 6Q$$

töltésű gömbkondenzátor segítségével számítható ki (jóllehet $r = 4R$ sugarú gömb *ténylegesen nincs jelen* a megadott elrendezésben!). Az „elképzelt" kondenzátor feszültsége

$$U_{3R,4R} = \frac{6Q}{C_{3R,4R}} = k\frac{Q}{2R} = 90\ \text{kV},$$

a potenciál pedig a kérdéses helyen:

$$U(4R) = U(3R) - U_{3R,4R} = -270\ \text{kV}.$$

Végül a $3R$ sugarú gömbön kívüli térrész energiája egy $6Q$ töltésű, $3R$ sugarú, tehát

$$C_{3R,\infty} = \frac{3\,R}{k}$$

kapacitású gömbkondenzátor energiájaként adódik:

$$W_{r>3R} = k\,\frac{6Q^2}{R} = 2{,}16\ \text{J}.$$

Megjegyzés. Érdekes, hogy R és $2R$ távolságok között ugyanakkora a feszültség, mint $2R$ és $3R$, illetve $3R$ és $4R$ között. Ez annak következménye, hogy az egyes gömbhéjak töltése a sugarukkal arányos.

Ha a gömbhéj-sorozatot tovább folytatnánk, és az $R_n = n \cdot R$ sugarú gömbhéjat $Q_n = n \cdot Q$ töltéssel látnánk el ($n = 1, 2, 3, 4, \ldots$), akkor az n-edik és $(n+1)$-edik gömbhéjnak megfelelő kondenzátor kapacitása (1) szerint:

$$C_{nR,nR+R} = n(n+1) \cdot \frac{R}{k}\,.$$

Mivel a kondenzátor elektromos tere

$$Q_n = Q + 2Q + 3Q + \ldots + nQ = \frac{n(n+1)}{2} \cdot Q$$

össztöltés Coulomb-terével megegyező, a kondenzátor feszültsége

$$U(nR, nR+R) = \frac{Q_n}{C_n} = k\frac{Q}{2R}\,,$$

vagyis független n-től.

Ha nagyon sok ($n \gg 1$) gömbhéjat helyezünk el a leírt módon, a kialakuló elektromos potenciál az $U(r) = \text{állandó} \cdot r$ lineáris függvénnyel, az elrendezés térfogati töltéssűrűsége pedig a $\varrho(r) = \text{állandó} \cdot \dfrac{1}{r}$ függvénnyel közelíthető.