

**Megoldás.** Feltéve, hogy  $x, y > 0$  a két egyenletet összeadva és a kapott egyenlet mindkét oldalát 2-vel elosztva kapjuk, hogy:

$$(1) \quad 1 = \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}.$$

A másodikból az első egyenletet kivonva és 2-vel elosztva mindkét oldalt:

$$(2) \quad \frac{12}{3x+y} = \frac{3}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Az (1) és (2) egyenleteket összeszorozva:

$$\frac{12}{3x+y} = \frac{9}{y} - \frac{1}{x} = \frac{9x-y}{xy}.$$

Közös nevezőre hozás után:

$$12xy = (9x-y)(3x+y) = 27x^2 + 6xy - y^2.$$

A másodfokú egyenlet szorzattá alakítva:  $(3x-y) \cdot (9x+y) = 0$ . Mivel  $x, y > 0$ , azért csak  $3x-y=0$  lehetséges, így  $x = \frac{y}{3}$ . Ezt behelyettesítve (1)-be:

$$1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{y}} + \frac{3}{\sqrt{y}}.$$

Innen  $\sqrt{y} = 3 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 12 + 6\sqrt{3}$  és  $x = 4 + 2\sqrt{3}$ .

Tehát az egyenletrendszer megoldása:  $x = 4 + 2\sqrt{3} \approx 7,464$ ,  $y = 12 + 6\sqrt{3} \approx 22,392$ .