I. megoldás. Ismert, hogy az első n pozitív egész szám összege $\dfrac{n(n+1)}{2}$, négyzetösszege pedig $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Ezt felhasználva az összeg így alakítható:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k(k+1)}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} k^2 + k = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right) =$$

$$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n+1}{2} = \frac{2n^2+6n+4}{6} =$$

$$= \frac{n^2+3n+2}{3} = \frac{(n+1)(n+2)}{3}.$$

Az n egésznek a 3-as maradéka 0, 1 vagy 2 lehet. Ha a maradék 1 vagy 2, akkor $(n+1)$ és $(n+2)$ közül az egyik osztható 3-mal, tehát a tört egész szám lesz, vagyis a tizedesvessző után 0 áll. Ha pedig n osztható 3-mal, akkor $(n+1)$ maradéka 1, $(n+2)$-é pedig 2, és így szorzatuk 2-t ad maradékul. Ez esetben a tizedesvessző utáni első számjegy a 6.

II. megoldás. Felhasználva, hogy $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$, a következő átalakításokat végezzük:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k(k+1)}{n} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{k(k+1)}{2} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{k+1}{2} =$$

$$= \frac{2}{n} \cdot \left(\sum_{k=3}^{n} \binom{k+1}{2} + \binom{2}{2} + \binom{3}{2} \right) = \frac{2}{n} \cdot \left(\sum_{k=3}^{n} \binom{k+1}{2} + \binom{3}{3} + \binom{3}{2} \right) =$$

$$= \frac{2}{n} \cdot \left(\sum_{k=4}^{n} \binom{k+1}{2} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \right) = \frac{2}{n} \cdot \left(\sum_{k=5}^{n} \binom{k+1}{2} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} \right) =$$

$$= \ldots = \frac{2}{n} \left(\binom{n+1}{2} + \binom{n+1}{3} \right) = \frac{2}{n} \cdot \binom{n+2}{3} =$$

$$= \frac{2 \cdot (n+2)!}{n \cdot 3! \cdot (n-1)!} = \frac{(n+1)(n+2)}{3}.$$

Ha n nem osztható 3-mal, akkor $\dfrac{(n+1)(n+2)}{3}$ értéke egész, ezért nincs tizedesvessző (vagy ha van, akkor az utána következő számjegy 0). Ha $3 \mid n$, akkor az $(n+1)(n+2)$ 3-as maradéka 2, így a tizedesvessző utáni első számjegy a 6.