

**Megoldás.** Tekintsük a természetes számok  $k$  szerinti maradékosztályait. (Egy  $x$  szám az  $i$ -edik ( $0 \leq i \leq k - 1$ ) maradékosztályban van, ha  $k$ -val osztva  $i$  maradékot ad.) Mivel  $S$ -et a természetes számok halmazából véges sok elem elhagyásával kaptuk, az egyes maradékosztályokból is csak véges sok elemet hagytunk el. Tehát  $S$  a  $k$  szerinti maradékosztályok mindegyikéből tartalmaz elemet.

Válasszuk ki minden maradékosztályból a legkisebb elemet, melyet az  $i$ -edik maradékosztály esetén jelöljön  $x_i$ . Mivel  $S$  zárt az összeadásra, azért  $S$ -nek eleme  $x_i + k$ ,  $x_i + 2k$  stb. Az így kapott elemek bármelyikéből  $k$ -t kivonva tehát az  $i$ -edik maradékosztály és így  $S$  egy eleméhez jutunk. Egyedül  $x_i - k \notin S$ .

Mivel  $S$ -et  $k$  darab maradékosztályra osztottuk, így  $k$  darab olyan eleme van, amiből  $k$ -t kivonva  $S$ -hez nem tartozó számot kapunk.