Megoldás. Legyenek a háromszög oldalai a, b és c. Feltehetjük, hogy $a > b > c$. Mivel a háromszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint a megfelelő magasságok reciprokai, az oldalak aránya $a : b : c = 1/10 : 1/12 : 1/15 = 6 : 5 : 4$. Tehát a keresett háromszöghöz hasonló az a $\mathcal{H}$ háromszög, melynek oldalainak hossza 6, 5 és 4.

Héron képlete alapján ha $\mathcal{H}$ területét T jelöli, akkor

$$T = \sqrt{\frac{(6+5+4)}{2} \cdot \frac{(6+5-4)}{2} \cdot \frac{(6+4-5)}{2} \cdot \frac{(5+4-6)}{2}} = \frac{15\sqrt{7}}{4}\,.$$

Ezért $\mathcal{H}$ legnagyobb oldalához tartozó magassága

$$m = \frac{2T}{6} = \frac{30\sqrt{7}}{24} = \frac{5\sqrt{7}}{4}\,.$$

Vagyis a két hasonló háromszögben a megfelelő szakaszok aránya $a : 6 = b : 5 = c : 4 = 10 : \left(5\sqrt{7}/4\right) = 8/\sqrt{7}$.

Tehát a keresett oldalak

$$a = \frac{48}{\sqrt{7}} = \frac{48\sqrt{7}}{7}\,, \quad b = \frac{40}{\sqrt{7}} = \frac{40\sqrt{7}}{7}\,, \quad c = \frac{32}{\sqrt{7}} = \frac{32\sqrt{7}}{7}\,.$$

Ilyen háromszög létezik, mert az oldalakra teljesül a háromszög-egyenlőtlenség.