

Jelöljük a tetraéder A, B, C, D csúcaival szemközti lapokat kívülről érintő gömbök sugarait rendre $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \varrho_4$ -gyel, a tetraéder AB, AC, AD , ill. a velük szemközti élekhez tartozó „vályuszerű térrészekben” levő külső érintő gömbök sugarait rendre $\varrho_{12}, \varrho_{13}, \varrho_{14}$ -gyel, az A, B, C, D csúcsokból húzott testmagasságok hosszát m_1, m_2, m_3, m_4 -gyel. Bizonyítsuk be, hogy fennállnak a következő összefüggések:

$$\begin{aligned} a) \quad & \pm \frac{2}{\varrho_{12}} = \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} + \frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4}, \\ b) \quad & \pm \frac{1}{\varrho_{12}} = \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4} + \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}. \end{aligned}$$

(Hasonlóan $\varrho_{13}, \varrho_{14}$ -re.)