

Jelöljük a tetraéder beírt gömbjének sugarát  $\varrho$ -val, a tetraéder  $A, B, C, D$  csúcaival szemközti lapokat kívülről érintő gömbök sugarait rendre  $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \varrho_4$ -gyel, az  $A, B, C, D$  csúcsokból a szemközti lapokra bocsátott magasságvonalak hosszát  $m_1, m_2, m_3, m_4$ -gyel. Bizonyítsuk be, hogy fennállnak a következő összefüggések:

$$\text{a) } \frac{2}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} + \frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4},$$

$$\text{b) } \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4},$$

$$\text{c) } \frac{1}{\varrho_1} = -\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4}.$$

(Hasonló összefüggések találhatók  $\frac{1}{\varrho_2}, \frac{1}{\varrho_3}, \frac{1}{\varrho_4}$ -re.)