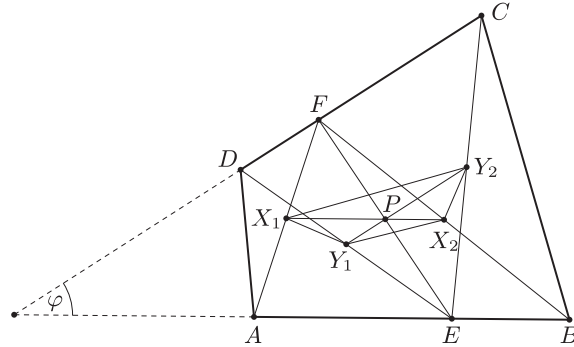


**Megoldás.** Legyen az  $AF$  felezőpontja  $X_1$ , a  $BF$  felezőpontja  $X_2$ , a  $DE$  felezőpontja  $Y_1$ , a  $CE$  felezőpontja pedig  $Y_2$ . Legyen továbbá  $P$  az  $EF$  szakasz felezőpontja.

Az  $X_1X_2$  szakasz az  $ABF\Delta$  középvonala, így  $AB \parallel X_1X_2$  és  $X_1X_2 = \frac{AB}{2}$ , továbbá  $P$  az  $X_1X_2$  szakasz egy belső pontja, hiszen  $E$  az  $AB$  szakasz belső pontja.



Hasonlóan az  $Y_1Y_2$  szakasz a  $CDE\Delta$  középvonala,  $CD \parallel Y_1Y_2$ ,  $Y_1Y_2 = \frac{CD}{2}$ , továbbá  $P$  az  $Y_1Y_2$  szakasz belső pontja.

Tehát  $P$  az  $X_1X_2$  és  $Y_1Y_2$  szakaszoknak is belső pontja, így a felezőpontok által meghatározott konvex négyszög csúcsai rendre az  $X_1, Y_1, X_2, Y_2$  pontok,  $X_1X_2$  és  $Y_1Y_2$  a négyszög két átlója,  $P$  pedig az átlók metszéspontja.

Mivel  $AB \parallel X_1X_2$  és  $CD \parallel Y_1Y_2$ , az  $X_1X_2$  és  $Y_1Y_2$  szakaszok által közrezárt szög megegyezik az  $AB$  és  $CD$  egyenesek hajlásszögével,  $\varphi$ -vel ( $\varphi \neq 0$ , hiszen  $AB$  és  $CD$  nem párhuzamosak).

Az ismert területképlet alapján a négyszög területe:

$$T_{X_1Y_1X_2Y_2} = \frac{X_1X_2 \cdot Y_1Y_2 \cdot \sin \varphi}{2} = \frac{1}{8} AB \cdot CD \cdot \sin \varphi.$$

Ez pedig nyilvánvalóan független az  $E$  és  $F$  pontok helyzetétől.